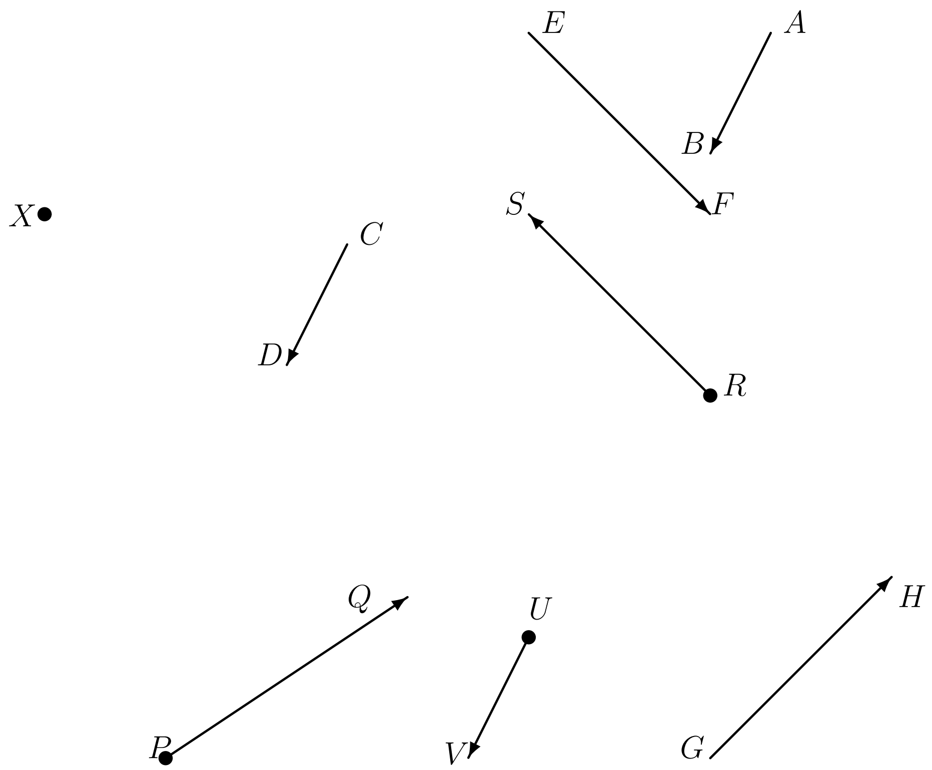
2. Übung zur Geometrie für Lehramt   TUD SS 2010

In Aufgabe 1,2,4 und 6 geht es um die Ebene der anschaulichen Geometrie. Erlaubte Hilfsmittel in 1 ud 2 sind Lineal und Geodreieck - aber nicht zum Messen von Längen oder Winkeln.

Aufgabe 1. In der Skizze seien

$$\vec{a} = \overrightarrow{PQ}, \quad \vec{b} = \overrightarrow{RS}, \quad \vec{c} = \overrightarrow{UV}$$

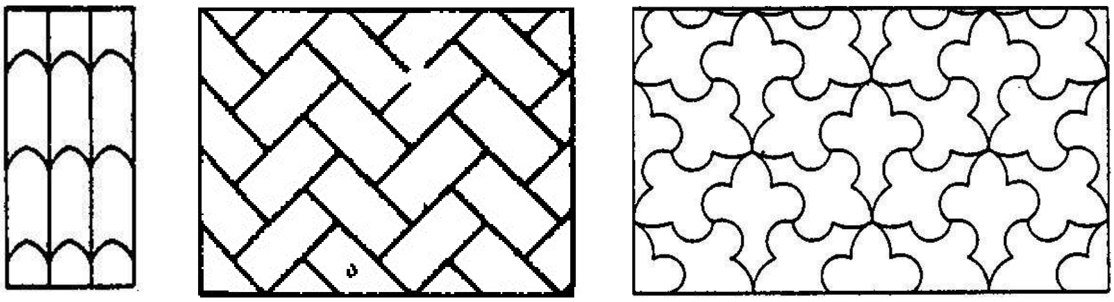
1. Prüfen Sie, welche Pfeile jeweils den gleichen Vektor bzw. den entgegengesetzten bestimmen (sollen)
2. Bestimmen Sie die Punkte $K = (\vec{c} - \vec{b}) + (\vec{a} + X))$ und $L = (-\vec{b}) + (\vec{a} + (\vec{b} + X))$
3. Bestimmen Sie die Punkte $M = \vec{a} + (\vec{a} + Y)$ und $N = (\vec{b} + \vec{b}) + R)$



Aufgabe 2. Zeichnen Sie einen Pfeil PQ mit $\vec{v} = \overrightarrow{PQ} \neq \vec{0}$ und bestimmen Sie repräsentierende Pfeile für jeden der folgenden Vektoren

$$\frac{1}{2}.\vec{v}, \ \frac{1}{3}.\vec{v}, \ \frac{2}{3}.\vec{v}.$$

Aufgabe 3. In dieser Aufgabe geht es um die Einführung der rationalen Zahlen. Definieren Sie eine Relation $\sim$ auf der Menge $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \backslash \{0\}$ so, dass $(a, b) \sim (a', b')$ genau dann, wenn die Brüche $\frac{a}{b}$ und $\frac{a'}{b'}$ dieselbe rationale Zahl bedeuten sollen. Das heisst genauer: so, dass $\sim$ eine Äquivalenzrelation ist (Beweis!) und durch Abstraktion aus (a, b) die rationale Zahl $\frac{a}{b}$ wird. Wie ist das Produkt $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$ definiert und warum ist das wohldefiniert?



(a) (b) (c)

Abbildung 1: Figuren vgl. Artin, Algebra 4.16

Aufgabe 4. Betrachten Sie jeweils das Muster in Fig 1a. Setzt man dieses auf die ganze Ebene fort, so erhält man ein System $\mathcal{X}$ von Teilmengen der Ebene, wobei die $X \in \mathcal{X}$ die Zellen ("Kacheln") des Musters sind. Ist T die Gruppe aller Translationen der Ebene, so ist $T_{\mathcal{X}}$ eine Untergruppe bestehend aus den Translationen, die das Muster in sich überführen, d.h. Zellen auf Zellen abbilden. Somit wirkt $T_{\mathcal{X}}$ auf $\mathcal{X}$. Bestimmen Sie jeweils die Bahnen dieser Wirkung von $T_{\mathcal{X}}$ und eine Gitterbasis $\vec{v}_1, \vec{v}_2$, d.h. mit

$$T_{\mathcal{X}} = \{\tau_{\vec{v}} \mid \vec{v} = z_1\vec{v}_1 + z_2\vec{v}_2,\ z_i \in \mathbb{Z}\}$$

Hier ist $\tau_{\vec{v}}(P) = \vec{v} + P$. Hinweis: Wählen Sie ein Zelle aus und untersuchen Sie, ob bzw. wie sie in möglichst nahe Zellen verschoben werden kann.

Aufgabe 5. Leiten Sie aus (E0'-4) her: Ist g eine Gerade und $\vec{v}$ ein Vektor, so ist $\{\vec{v} + X \mid X \in g\}$ eine zu g parallele Gerade. Hinweis: Wählen Sie $P \in g$ fest und betrachten Sie die Parallele h zu g durch $\vec{v} + P$.

Aufgabe 6. Fortsetzung von Aufgabe 4 mit Fig 1b andd 1c.

Aufgabe 7. Fortsetzung von Aufgabe 3 mit Addition und Inversion.