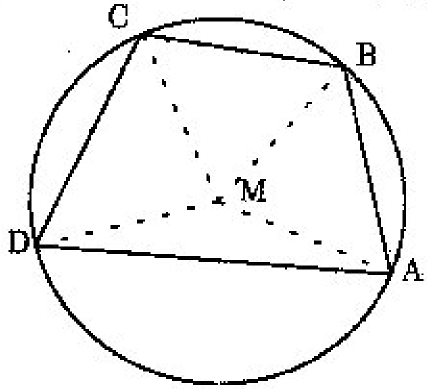
1. Übung zur Geometrie für Lehramt TUD SS 2010

(T 8)

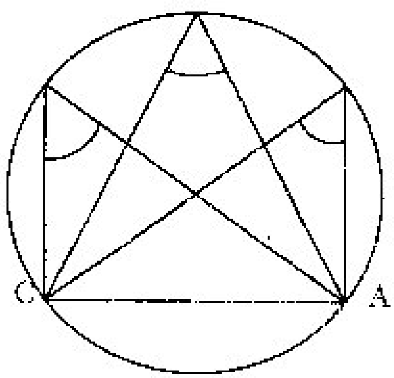
Gegeben ist ein Viereck, dessen Ecken auf einem Kreis liegen.



Zeigen Sie, daß sich gegenüberliegende Winkel des Vierecks *ABCD* jeweils zu 180° ergänzen. Hinweis: Verbinden Sie die Eckpunkte des Vierecks mit dem Mittelpunkt des Kreises.

(T 9)

Schließen Sie aus dem oben bewiesenen Satz den *Peripheriewinkelsatz*: Je zwei Umfangswinkel über einer Sehne sind gleich.



(T 10)

Schließen Sie auf den *Satz von Thales*: Ein einem Kreis einbeschriebenes Dreieck, dessen eine Seite Durchmesser des Kreises ist, ist rechtwinklig.

(T 16)

Sei φ eine Dehnung, die zwei verschiedene Punkte A, B auf denselben Punkt C abbildet.

a) Zeigen Sie, daß für Punkte $P \notin AB$ gilt $\varphi(P) = C$.

b) Etwas kniffliger: Zeigen Sie, daß φ konstant ist. Hinweis: Verwenden Sie den ersten Aufgabenteil (sogar zweimal).

(T 17)

Zeigen Sie, daß eine Dehnung mit zwei verschiedenen Fixpunkten die identische Abbildung ist.

(T 18)

Eine Dehnung heißt *Verschiebung*, wenn es einen Vektor $\vec{v}$ gibt, so daß $\varphi(A) = \vec{v} + A$ für alle A. Zeigen Sie, daß eine fixpunktfreie Dehnung eine Verschiebung ist.

(T 19)

Eine Dehnung heißt *Streckung*, wenn es einen Punkt O (das Zentrum) und einen Skalar λ (das Verhältnis) gibt, so daß $\varphi(A) = \lambda \cdot \overrightarrow{OA} + O$ für alle A. Zeigen Sie, daß eine Dehnung mit einem Fixpunkt eine Streckung ist.

(T 20)

Beweisen Sie folgende Version des *Strahlensatzes*. Seien g und h zwei Geraden, die sich im Punkt O schneiden. Weiter seien A und B zwei von O verschiedene Punkte auf g und A', B' zwei von O verschieden Punkte auf h. Zeigen Sie, daß es genau eine Streckung φ gibt mit $\varphi(A) = B$ und $\varphi(A') = B'$. * Sei auch $AA' \parallel BB'$

(T 21)

Zeigen Sie, daß zwei Streckungen φ und ψ mit gleichem Zentrum miteinander kommutieren (also $\varphi \circ \psi = \psi \circ \varphi$) und beweisen Sie daraus den *Satz von Pappos*, also daß in untenstehender Skizze die Geraden AD und CF parallel sind unter der Voraussetzung, daß die eingezeichneten Geraden, die parallel aussehen es auch sind.