12. Übung zur Geometrie für Lehramt   TUD SS 2010

Aufgabe 1.

1. Sei $ABCD$ ein Quadrat und ϕ eine affine Abbildung der Ebene so, dass das $\phi(A)\phi(B)\phi(C)\phi(D)$ ein zu $ABCD$ kongruentes Quadrat ist. Begründen Sie, dass ϕ eine Bewegung der Ebene ist.

2. Sei ABC ein Dreieck und ϕ eine affine Abbildung der Ebene so, dass das $\phi(A)\phi(B)\phi(C)$ ein zu ABC kongruentes Dreieck ist. Begründen Sie, dass ϕ eine Bewegung der Ebene ist.

Aufgabe 2.

1. Seien τ_1 und τ_2 zwei Parallelverschiebungen. Bestimme $\tau_2 \circ \tau_1$.

2. Seien ρ eine Drehung und σ eine Spiegelung. Bestimme $\rho \circ \sigma$. Gibt es ρ' eine Drehung und σ' eine Spiegelung, sodass $\rho \circ \sigma = \sigma' \circ \rho'$?

3. Seien ρ_1 und ρ_2 zwei Drehungen. Bestimme $\rho_2 \circ \rho_1$.

Aufgabe 3.

1. Seien τ eine Parallelverschiebung und ϕ eine Drehstreckung. Bestimme $\tau \circ \phi$.

2. Seien σ_1 und σ_2 zwei Spiegelungen, und ρ eine Drehung. Ist $\sigma_2 \circ \rho \circ \sigma_1$ eine Translation? Bestimme $\sigma_2 \circ \rho \circ \sigma_1$.

Aufgabe 4. Sei $\alpha : A, \vec{a}_1, \vec{a}_2$ und $\beta : B, \vec{b}_1, \vec{b}_2$ zwei orthonormale Koordinatensyteme. Angenommen die folgenden Ausnamen.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= \vec{a}_1 + \vec{b}_2 \\ \vec{b}_1 &= \tfrac{-1}{2}\vec{a}_2 + \tfrac{\sqrt{3}}{2}\vec{a}_1 \\ \vec{b}_2 &= \tfrac{1}{2}\vec{a}_1 + \tfrac{\sqrt{3}}{2}\vec{a}_2 \end{aligned}$$

Sei σ die Spiegelung um Gerade $(B, \vec{b}_2)$.

1. Bestimme die affine Matrix von σ bezüglich β in homogenen Koordinaten.

2. Bestimme die homogenen Koordinatentransformationsmatrix ${}_\alpha\tilde{T}_\beta$ und ${}_\beta\tilde{T}_\alpha$.

3. Bestimme die affine Matrix von σ bezüglich α in homogenen Koordinaten.