11. Übung Geometrie für Lehramt

Aufgabe 1. Sei $\alpha : O, \vec{a}, \vec{b}$ ein orthonormales Koordinatensystem der Ebene und sei $\beta : P, \vec{c}, \vec{d}$ das Koordinatensystem mit

$$P = 2\vec{a} + O \qquad \vec{c} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{a} - \vec{b}) \qquad \vec{d} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{a} + \vec{b})$$

1. Ist β orthonormal? Warum bzw. warum nicht?
2. Bestimme die homogene Koordinatentransformationsmatrix ${}_{\alpha}\tilde{T}_{\beta}$
3. Bestimme die Koordinaten des Punktes $R = -2\vec{c} + \vec{d} + P$ im System α
4. Bestimme die Inverse von ${}_{\alpha}\tilde{T}_{\beta}$
5. Bestimme die homogenen Koordinaten des folgenden Punktes im System β

$$Q := \vec{a} + 2\vec{b} + O \qquad .$$

Aufgabe 2. Sei $\alpha : O_{\alpha}, \vec{a}, \vec{b}$ ein orthonormales Koordinatensystem der Ebene. Beschreibe die folgenden affinen Abbildungen durch affine Matrizen bezüglich homogener Koordinaten bzgl. α

1. Die Parallelverschiebung um den Vektor $\vec{a} - 2\vec{b}$.
2. Die Achsenspiegelung an der Geraden durch die Punkte $\vec{a} + O$ und $\vec{a} + \vec{b} + O$.
3. Die 30°-Drehung, deren Zentrum der Punkt $\vec{a} + O$ ist. (Hinweis: $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ und $\cos 30^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$.)

Aufgabe 3. Was erhält man als Hintereinanderausführung zweier Spiegelungen in der Ebene? Begründung?

Aufgabe 4. Sei σ eine zentrische Streckung mit Zentrum O. Begründen Sie, dass für alle A, B gilt

$$\angle AOB \equiv \angle \sigma(A) O \sigma(B)$$

Aufgabe 5. (auf Vorrat) Sei ABC ein Dreieck und ϕ eine affine Abbildung der Ebene. Begründen Sie, dass ϕ genau dann eine Bewegung der Ebene ist, wenn $\phi(A)\phi(B)\phi(C)$ ein zu ABC kongruentes Dreieck ist.