



12. Übungsblatt zur „Mathematik II für Bauwesen“

Gruppenübung

Aufgabe G1

Es sei C die Kurve von $(0,0)$ nach $(1,0)$, die sich aus der durch $X(t) = (t^2, t)$ mit $t \in [0, 1]$ parametrisierten Kurve C_1 und dem Geradenstück C_2 von $(1, 1)$ nach $(1, 0)$ zusammensetzt. Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_C f \cdot dX$$

für das Vektorfeld

$$f(x, y) = (2xy - x^2, x + y^2).$$

Aufgabe G2

Wir betrachten das Vektorfeld

$$f(x, y) = (3x + 2y, 2x).$$

a) Betrachten Sie die durch $Y(t) = (\cos(t), 2 \sin(t))$ für $t \in [0, \pi/2]$ gegebene Kurve C . Bestimmen Sie das Kurvenintegral $\int_C f \cdot dY$.

b) Besitzt f eine Stammfunktion F ? Bestimmen Sie sie gegebenenfalls.

c) Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_K f \cdot dX$ längs einer Kurve K , die die Punkte $P_1 = (1, 0)$ und $P_2 = (0, 2)$ verbindet, unter Verwendung von b).

Aufgabe G3

Gegeben ist der Zykloidenbogen

$$k(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}, t \in [0, 2\pi)$$

mit $x(t) = a(t - \sin(t))$, $y(t) = a(1 - \cos(t))$, $0 \leq t \leq 2\pi$, $a > 0$. Berechnen Sie

a) seine Länge L ,

b) den Wert x_0 , für den der Zykloidenbogenabschnitt der über $[0, x_0]$ verläuft, die Länge $L/4$ hat.

Hinweis: $\sqrt{1 - \cos(t)} = \sqrt{2} \sin(\frac{t}{2})$.