



2. Übungsblatt zur Ringvorlesung IGK

Gruppenübung

Aufgabe G1

Zeigen Sie Lemma 4.24.

Aufgabe G2

Diskutieren Sie alle bei der parabolischen Lokalisierung des Stokes auftretenden Fehlerterme in den Fällen, die in Abschnitt 4.1 untersucht wurden. Geben Sie an, wie Sie die Fehlerterme abschätzen können. Diskutieren Sie insbesondere die Fehlerterme, die durch die Korrektur mit dem Bogovskii-Operator entstehen.

Aufgabe G3

Sei $p, q \in (1, \infty)$, $T_0 > 0$ und $u \in W^{1,p}(0, T_0; L^q(\mathbb{R}^n)) \cap L^p(0, T_0; W^{2,q}(\mathbb{R}^n))$ mit $u(0) = 0$. Zeigen Sie, dass für $k \in (1, \infty)$, $s \in [0, 2)$ mit $(2 - s)/2 > \frac{1}{p} - \frac{1}{k}$ Konstanten $C, \alpha > 0$, unabhängig von u , mit

$$\|u\|_{L^k(0, T; W^{s,q}(\mathbb{R}^n))} \leq CT^\alpha \|u\|_{W^{1,p}(0, T; L^q(\mathbb{R}^n)) \cap L^p(0, T; W^{2,q}(\mathbb{R}^n))}, \quad T \in (0, T_0),$$

existieren.