



10. Übungsblatt zur PDG I

Gruppenübung

Aufgabe G1

Sei $A : D(A) \rightarrow X$ ein sektorieller Operator mit $\Theta_S > \pi/2$ und T bezeichne die erzeugte Halbgruppe. Zeigen Sie, dass

$$\int_0^{\infty} e^{-t\lambda} T(t) dt = R(\lambda, A), \quad \lambda \in \mathbb{C}, \operatorname{Re} \lambda > \omega_0(T).$$

Welche Abschätzung für $R(\lambda, A)$ folgt damit? Was ändert sich, wenn man anstatt A den Operator $B := e^{i\varphi} A$ mit $\varphi \in (-\pi, \pi)$ betrachtet? Welche Abschätzung für $R(\lambda, A)$ lässt sich damit ableiten?

Aufgabe G2

Zeigen Sie Lemma XIII.9.

Aufgabe G3

Vervollständigen Sie den Beweis von Theorem XIII.12.

Aufgabe G4

Zeigen Sie, dass für $k = \pm 1$

$$(-A)^k = (-1)^k A^k$$

gilt, wobei $(-A)^k$ über Definition XIII.13 gegeben ist.

Aufgabe G5

Beweisen Sie Satz XIII.14 (a).