



9. Übungsblatt zur PDG I

Gruppenübung

Aufgabe G1

Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ ein beschränktes Gebiet mit C^2 -Rand und Δ_w der *schwache* Laplaceoperator (vgl. letztes Semester, Zugang über Lax-Milgram) und $\Delta_\Omega : D(\Delta_\Omega) \rightarrow L^2(\Omega)$ der *starke* Laplaceoperator (vgl. Vorlesung, Satz XII.4). Zeigen Sie $\Delta_w = \Delta_\Omega$. Welche Aussage über $\rho(\Delta_\Omega)$ lässt sich hieraus ableiten?

Aufgabe G2

Sei S_λ wie im Beweis von Satz XII.4. Zeigen Sie, dass

$$\|S_\lambda\|_{\mathcal{L}(L^p(\Omega))} \leq \frac{1}{2},$$

für $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0)$ klein genug und λ groß genug. Diskutieren Sie die Beweisidee des Satzes.

Aufgabe G3

Beweisen Sie Beispiel XIII.3.

Aufgabe G4

Vervollständigen Sie den Beweis von Satz XIII.6.

Aufgabe G5

Vervollständigen Sie den Beweis von Satz XIII.2.