

Einführung in die Stochastik

Übungsblatt 0



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Dr. Robert Schlicht
Dr. Mehdi Slassi
Dipl. Math. Andreas Fromkorth

Sommersemester 2010
16.04.2010

Hinweis

Dieses Übungsblatt ist im Gegensatz zu den restlichen Übungsblättern zur Einführung in die Stochastik ein Präsenzübungsblatt, d.h. die Aufgaben werden in der Übung in Kleingruppen gelöst. Die von Ihnen erstellten Lösungen zu diesem Übungsblatt werden nicht abgegeben.

Aufgabe 0.1

a) Zeigen Sie, dass für alle natürlichen Zahlen n, k mit $0 \leq k-1 < n$ gilt:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}.$$

b) Beweisen Sie den binomischen Lehrsatz, d.h. zeigen Sie: Sind x, y reelle Zahlen und n eine natürliche Zahl, so gilt

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

c) Sei n eine natürliche Zahl. Zeigen Sie

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n.$$

Aufgabe 0.2

Seien A, B, C Mengen. Zeigen Sie:

a)

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$$

b)

$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$$

c)

$$A \cup B = A \cup (B \setminus (A \cap B)).$$

Aufgabe 0.3

Seien Ω, Ω' nichtleere Mengen und $f : \Omega \rightarrow \Omega'$ eine Funktion (d.h. f ordnet jedem Element $\omega \in \Omega$ genau ein Element $\omega' \in \Omega'$ zu). Wir definieren das Urbild einer Menge $A \subset \Omega'$ unter der Funktion f als

$$f^{-1}(A) = \{\omega \in \Omega : f(\omega) \in A\}$$

Zeigen Sie:

a) Für die leere Menge gilt

$$f^{-1}(\emptyset) = \emptyset.$$

b) Sei $A \subset \Omega'$. Dann gilt

$$f^{-1}(\Omega' \setminus A) = \Omega \setminus f^{-1}(A).$$