



Höhere Mathematik 2

7. Übung

Gruppenübungen

Aufgabe G19

Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = 2xy$$

und das Gebiet

$$G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [y, \sqrt{y}] \text{ und } y \in [0, 1]\}.$$

Berechnen Sie den Wert des Integrals

$$\int_G f(x, y) d(x, y).$$

Aufgabe G20

Gegeben sei das Gebiet

$$G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x, y \geq 0 \text{ und } x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

Transformieren Sie das Gebiet in Polarkoordinaten und berechnen Sie den Wert des Integrals

$$\int_G e^{-x^2-y^2} d(x, y)$$

mit Hilfe des transformierten Gebiets.

Aufgabe G21

Es sei G das Gebiet im ersten Quadranten der Koordinatenebene, das von den Kreisen mit den Gleichungen $x^2 + y^2 = 1$ und $x^2 + y^2 = 4$, sowie den Geraden mit den Gleichungen $y = 0$ und $y = x$ begrenzt wird. Berechnen Sie den Wert des Integrals

$$\int_G (x^2 - y^2) d(x, y).$$