Fachbereich Mathematik
Dr. Robert Haller-Dintelmann
Daniel Henkel

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2010 03.05.2010

Höhere Mathematik 2

2. Übung

Gruppenübungen

Aufgabe G4

Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{\sqrt{x^2+y^2}}, & \text{falls } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{falls } (x,y) = (0,0), \end{cases}$$

auf Stetigkeit.

Aufgabe G5

Eine Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sei gegeben durch

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2+y^2}, & \text{falls } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{falls } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

a) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen und überprüfen Sie ob die Funktion stetig differenzierbar ist.

b) Zeigen Sie, dass f im Punkt $(0,0)$ nicht total differenzierbar ist.

Aufgabe G6

a) Bestimmen Sie den Gradienten zu folgender Funktion und berechnen Sie die Ableitung im Punkt $(1,1,1)$:

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y,z) = x^2 - 3xy + 4yz - xy^2z^3.$$

Entscheiden Sie, ob $f_{xy} = f_{yx}$ gilt, ohne beide partiellen Ableitungen zu bestimmen.

b) Bestimmen Sie die Jacobi-Matrix von

$$g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, \quad g(x,y,z) = (x^2 + y^2, y^2 + z^2).$$

Hausübungen

Aufgabe H4

Untersuchen Sie die Funktion $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$g(x,y) = \begin{cases} \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}, & \text{falls } (x,y) \neq (0,0), \\ 1, & \text{falls } (x,y) = (0,0), \end{cases}$$

auf Stetigkeit in $(0,0)$.
Kann man den Wert $g(0,0)$ so wählen, dass g in $\mathbb{R}^2$ stetig ist?

Aufgabe H5

Betrachten Sie die Funktion $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$h(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{\sqrt{x^2+y^2}}, & \text{falls } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{falls } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Ist h auf ganz $\mathbb{R}^2$ total differenzierbar?

Aufgabe H6

Berechnen Sie die Jacobi-Matrix folgender Funktionen:

a) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, \quad f(x,y) = (xy, \cosh(xy), \ln(1+x^2))$.

b) $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad g(x,y,z) = (x\sin(y)\cos(z), x\sin(y)\sin(z), x\cos(y))$.