Fachbereich Mathematik
Dr. Robert Haller-Dintelmann
Daniel Henkel

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2010 19.04.2010

Höhere Mathematik 2

1. Übung

Gruppenübungen

Aufgabe G1

Bestimmen Sie mittels des Eliminationsverfahrens von Gauß die Lösung des linearen Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} 2 & 11 & 4 & -9 \\ -1 & -5 & 3 & 2 \\ -3 & 24 & 15 & 3 \\ 4 & 5 & 2 & -13 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -22 \\ 1 \\ -9 \\ -24 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe G2

Ordnen Sie die Graphen und Höhenlinien, d.h. die Mengen, auf denen $f(x,y) = c$ für vorgegebenes $c \in \mathbb{R}$ gilt (siehe die Bilder auf einem Extrablatt), den folgenden Funktionen richtig zu.

$$\begin{array}{lll} f_1(x,y) = x + y - 1, & f_2(x,y) = x^2 + 4y^2, & f_3(x,y) = x^2 - y^2 - 8, \\ f_4(x,y) = \sin(x), & f_5(x,y) = \frac{1}{(1-x)(1-y)}, & f_6(x,y) = \frac{1}{x^2+y^2+10}, \\ f_7(x,y) = \ln(x^2 + y^2), & f_8(x,y) = \tan(x^2 + y^2), & f_9(x,y) = e^{x+y}, \\ f_{10}(x,y) = x^3 - y^2 + 4, & f_{11}(x,y) = \sin(x) \cdot \sin(y). & \end{array}$$

Beachten Sie, dass die Auflösungsmöglichkeiten des Rechners begrenzt sind, so dass einige Bilder ungenau sind.

Aufgabe G3

Skizzieren Sie die folgenden Folgen in $\mathbb{R}^2$, entscheiden Sie ob sie jeweils beschränkt und/oder konvergent sind und geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an:

$$a_n = \left(n^2, \frac{1}{n}\right)^T, \quad b_n = \left(\frac{1}{n^2}, \frac{n}{1+n}\right)^T, \quad c_n = \left(\frac{1}{n^2}, \frac{1}{n^2}\right)^T, \quad d_n = \left(\sin(\frac{n\pi}{4}), \cos(\frac{n\pi}{4})\right)^T.$$

Hausübungen

Aufgabe H1 Bestimmen Sie mittels des Eliminationsverfahrens von Gauß die Lösung des linearen Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 8 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe H2

a) Skizzieren Sie die folgenden Folgen in $\mathbb{R}^2$, entscheiden Sie ob sie jeweils beschränkt und/oder konvergent sind und geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an:

$$\begin{aligned} a_n &= \left(\frac{1}{1+\frac{1}{n}}, \frac{1}{\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}} \right)^T, \\ b_n &= \left(\frac{n^2}{\exp(n)}, \sin(\pi n) \right)^T. \end{aligned}$$

b) Geben Sie vier unterschiedliche Nullfolgen in $\mathbb{R}^2$ an.

Aufgabe H3
Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3 y^2}{x^2+y^2}, & \text{falls } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{falls } (x,y) = (0,0), \end{cases}$$

auf Stetigkeit.