



6. Übungsblatt zu FGdI 1

Gruppenübung

Aufgabe G1

Betrachten Sie die kontextfreie Sprache L , die von der folgenden Grammatik G erzeugt wird:

$$G: X_0 \rightarrow ab \mid ba \mid X_0 X_0 \mid a X_0 b \mid b X_0 a$$

- Beschreiben Sie L umgangssprachlich.
- Bringen Sie G in Chomsky-Normalform.
- Wenden Sie den CYK Algorithmus an, um zu bestimmen, ob $bbab \in L$ und $aabbab \in L$.
- Konstruieren Sie einen Kellerautomaten, welcher L erkennt.

Aufgabe G2

- Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L = \{a^n b^m a^n b^m : m, n \geq 0\}$$

nicht kontextfrei ist.

- Sei L eine kontextfreie Sprache und M eine reguläre Σ -Sprache. Zeigen Sie, dass $L \cap M$ eine kontextfreie Σ -Sprache ist.
Hinweis: Sei \mathcal{P} ein Kellerautomat für L , und \mathcal{A} ein NFA für M . Konstruieren Sie daraus (wie in Lemma 2.2.11(a) im Skript) einen Kellerautomat \mathcal{Q} , der $L \cap M$ erkennt.
- Benutzen Sie Aufgabenteilen (a) und (b) um zu schließen, dass

$$N = \{ww : w \in \{a, b\}^*\}$$

keine kontextfreie Sprache ist.

- Zusatzaufgabe: Warum kann man nicht 2 Kellerautomaten parallel simulieren? Warum ist der Durchschnitt kontextfreier Sprachen im allgemeinen nicht kontextfrei?

Hausübung

Aufgabe H1

(6 Punkte)

Der Parser eines Compilers arbeitet üblicherweise in zwei Schritten. Zunächst wird als Vorverarbeitung die Eingabe in eine Folge sogenannter \langle Tokens \rangle zerlegt. Die eigentliche Syntaxanalyse arbeitet dann mit Wörtern über dem Alphabet, welches aus diesen Tokens besteht. Beispielsweise könnte die Eingabe

```
fac n := if n = 0 then 1 else n * fac (n-1);
```

in die Token-Folge

$$id\ id := if\ id\ op\ num\ then\ num\ else\ id\ op\ id\ (id\ op\ id);$$

konvertiert werden. Wir betrachten das Tokenalphabet

$$\Sigma := \{id, op, num, if, then, else, :=, (,), ;\}$$

und die Grammatik $G = (\Sigma, V, P, S)$ mit Produktionen

$$\begin{aligned} S &\rightarrow D \mid D S \\ D &\rightarrow id\ A := E ; \\ A &\rightarrow \varepsilon \mid id\ A \\ E &\rightarrow id \mid num \mid (E) \mid E\ op\ E \mid id\ P \mid if\ E\ then\ E\ else\ E \\ P &\rightarrow E \mid E\ P \end{aligned}$$

- (a) Transformieren Sie G in Chomsky-Normalform und bestimmen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob das Wort

$$id\ id := id\ (id\ op\ id\ op\ num);$$

zu $L(G)$ gehört.

- (b) Konstruieren Sie einen Kellerautomaten, welcher $L(G)$ erkennt.

Aufgabe H2

(6 Punkte)

- (a) Welche Sprache beschreibt die Grammatik $G = (\Sigma, V, P, S)$ mit $\Sigma := \{a, b, c, \$\}$, $V := \{S, A, B, X, Y\}$ und Produktionen

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB & Xa &\rightarrow aX \\ A &\rightarrow aXA \mid \$ & X\$ &\rightarrow \$Y \\ B &\rightarrow bYB \mid \$ & Yb &\rightarrow bY \\ & & Y\$ &\rightarrow \$c \end{aligned}$$

Beweisen Sie ihre Behauptung durch Induktion über die Menge der in G ableitbaren $(V \cup \Sigma)$ -Wörter. Stellen Sie hierzu zunächst eine geeignete Induktionsbehauptung auf.

- (b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für die Sprache aus (a) an, d. h. eine Grammatik, bei welcher die linke Seite jeder Produktion aus einer einzigen Variablen besteht.