



## 4. Übungsblatt zu FGdI 1

### Gruppenübung

#### Aufgabe G1

Für ein Wort  $w = a_1 \dots a_n \in \Sigma^*$  wird  $w^{-1}$  durch  $a_n \dots a_1$  definiert (d.h.  $w$  wird rückwärts gelesen).

- (a) Zeigen Sie, dass für jede reguläre Sprache  $L$  auch die Umkehrung

$$\text{rev}(L) := \{w^{-1} \in \Sigma^* : w \in L\}$$

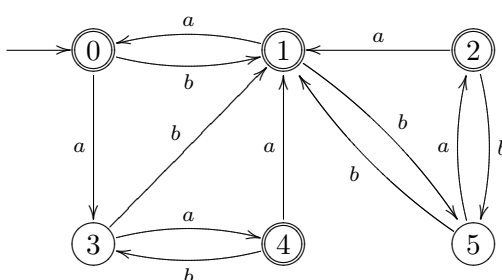
regulär ist, indem Sie zeigen, wie aus einem Automaten, der die Sprache  $L$  erkennt, ein Automaten, der die Sprache  $\text{rev}(L)$  erkennt, konstruiert werden kann.

Hinweis: Man kann sich zuerst überlegen, dass man aus einem NFA, der nur einen akzeptierenden Zustand hat, durch "Umkehrung" der Transitionen einen geeigneten NFA bekommen kann. Andere Fälle lassen sich dann mit den übrigen Abschlusseigenschaften darauf zurückführen. (Dies ist Übung 2.2.17 im Skript.)

- (b) Zeigen Sie wieder, dass für jede reguläre Sprache  $L$  auch die Umkehrung  $\text{rev}(L)$  regulär ist, aber jetzt indem Sie zeigen, wie man aus einem regulären Ausdruck für die Sprache  $L$  einen regulären Ausdruck für  $\text{rev}(L)$  gewinnen kann.

#### Aufgabe G2

Finden Sie einen äquivalenten DFA minimaler Größe für den folgenden DFA:



Geben Sie jedesmal, wenn Sie feststellen, dass zwei Zustände  $q$  und  $q'$  nicht identifiziert werden können, ein Wort  $w$  an, für das diese Unterscheidung notwendig ist, d.h. ein Wort  $w$ , das zu  $L_q$  gehört, aber nicht zu  $L_{q'}$  (oder umgekehrt), wobei:

$$L_q = \{w \in \Sigma^* : \hat{\delta}(q, w) \in A\}.$$

#### Aufgabe G3

Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

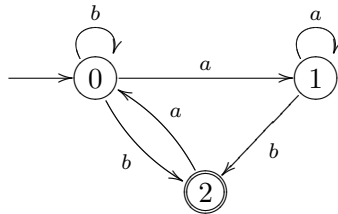
- (a)  $L_1 = \{a^n b^m \in \{a, b\}^* : n < m\}$   
 (b)  $L_2 = \{a^{n^2} \in \{a\}^* : n \geq 0\}$   
 (c) PALINDROM =  $\{w \in \{a, b\}^* : w = w^{-1}\}$  (Dies ist Übung 2.5.4 im Skript.)

# Hausübung

## Aufgabe H1

(6 Punkte)

Betrachten Sie den NFA  $\mathcal{A}$



- Bestimmen Sie einen regulären Ausdruck für  $L(\mathcal{A})$ .
- Konstruieren Sie einen DFA  $\mathcal{B}$  mit  $L(\mathcal{B}) = L(\mathcal{A})$ .
- Konstruieren Sie einen minimalen DFA  $\mathcal{C}$  mit  $L(\mathcal{C}) = L(\mathcal{A})$ .

## Aufgabe H2

(6 Punkte)

Sei  $\Sigma = \{a, b\}$ . Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

- $L_1 = \{x \in \Sigma^* : 2|x|_a = |x|_b\}$
- Zusatzaufgabe:  
 $L_2 = \{a^n b^m \in \Sigma^* : \text{ggT}(n, m) = 1\}$

Hinweise:

- $\text{ggT}(n, m)$  bezeichnet den größten gemeinsamen Teiler von  $n, m$ .
- Verwenden Sie in Aufgabe (b\*), dass es beliebig große Primzahlen gibt (wobei eine Primzahl eine Zahl größer als 1 ist, die nur durch 1 und durch sich selbst teilbar ist).

## Ball der Mathematiker



Veranstalter: Fachschaft Mathematik der TU Darmstadt  
Kartenvorverkauf ab 03.05.2010  
Weitere Informationen auf [www.mathebau.de/matheball](http://www.mathebau.de/matheball)

Mit freundlicher Unterstützung von  Sparkasse  
Darmstadt