Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Martin Otto
Alexander Kartzow
Alexander Kreuzer
Benno van den Berg

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

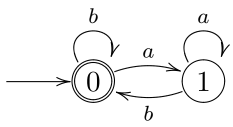
SS 2010
28.04.2010

3. Übungsblatt zu FGdI 1

Gruppenübung

Aufgabe G1

(a) Welche Σ-Sprache mit $\Sigma = \{a, b\}$ wird von dem folgenden DFA $\mathcal{A}$ akzeptiert?



(b) Beschreiben Sie $L(\mathcal{A})$ durch einen regulären Ausdruck.

Aufgabe G2

L und M seien Σ-Sprachen.

(a) Zeigen Sie, dass L^* die kleinste Sprache ist, die L und das leere Wort ϵ enthält und *unter Konkatenation abgeschlossen* ist, d.h. dass für alle $v, w \in \Sigma^*$ gilt

$$v, w \in L^* \;\Rightarrow\; vw \in L^*.$$

Bemerkung: Die kleinste Sprache mit diesen Abschlusseigenschaften ist auch der Durchschnitt aller solcher Sprachen (warum?).

(b) Zeigen sie mit Hilfe von (a), dass für den $*$-Operator folgende Aussagen gelten:

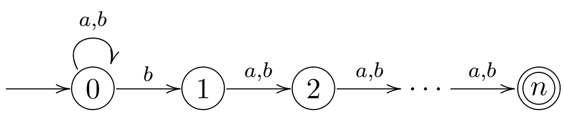
$$L \subseteq M \;\Rightarrow\; L^* \subseteq M^* \qquad \text{(Monotonie)}$$
$$L^{**} = L^* \qquad \text{(Idempotenz)}$$

(c) Verwenden Sie (a) und (b) um zu zeigen, dass

$$(L + M)^* = (L^* M^*)^*.$$

Aufgabe G3

Betrachten Sie den folgenden NFA $\mathcal{A}_n$:



(a) Bestimmen Sie $L(\mathcal{A}_n)$.

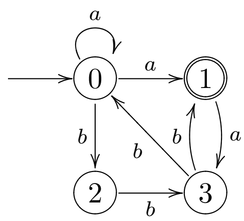
(b) Bestimmen Sie einen DFA $\mathcal{B}$, der die gleiche Sprache wie $\mathcal{A}_3$ akzeptiert.

(c) Zeigen Sie, dass es keinen zu $\mathcal{A}_n$ äquivalenten DFA gibt mit weniger als 2^n Zuständen.

Hausübung

Aufgabe H1 (6 Punkte)

Betrachten Sie den folgenden NFA $\mathcal{A}$:



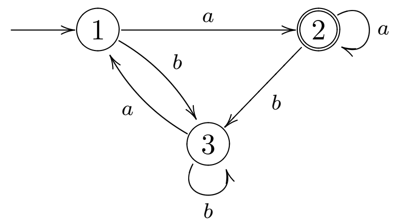
(a) Bestimmen Sie einen zu $\mathcal{A}$ äquivalenten DFA.

(b) Finden Sie einen regulären Ausdruck für $L(\mathcal{A})$. Betrachten Sie dafür den DFA und finden Sie zuerst für jeden Endzustand einen regulären Ausdruck, der alle Läufe von diesem Endzustand zu demselben Endzustand zurück beschreibt.

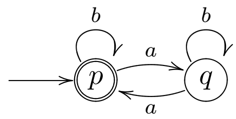
Aufgabe H2 (6 Punkte)

Gegeben seien die folgenden DFA:

$\mathcal{A}_1$



$\mathcal{A}_2$



(a) Geben Sie einen DFA an, der $L(\mathcal{A}_1) \cap L(\mathcal{A}_2)$ erkennt.

(b) Geben Sie einen NFA an, der $L(\mathcal{A}_1) \cdot L(\mathcal{A}_2)$ erkennt. Was ändert sich an der Lösung, wenn der Zustand 1 in $\mathcal{A}_1$ auch akzeptierend ist?

(c) Geben Sie einen NFA an, der $\mathrm{rev}(L(\mathcal{A}_1))$ erkennt. Die Sprache $\mathrm{rev}(L)$ enthält die Wörter aus L rückwärts gelesen, d.h., wenn $x_1 x_2 \dots x_{n-1} x_n \in L$, dann ist $x_n x_{n-1} \dots x_2 x_1 \in \mathrm{rev}(L)$.