Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Christian Meyer
Lucia Panizzi

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2010
04.05.2010

3. Übungsblatt zur „Partielle Differentialgleichungen: klassische Methoden“

Hausübung

Aufgabe H1 (Klassifikation, 3 Punkte)

Klassifizieren Sie folgende PDGL'en 2. Ordnung:

(a) $f_{xx} - 2f_{xy} + f_{yy} + 9f_x + 9f_y - 9f = 0$,

(b) $xu_{xx} + 2xyu_{xy} - y^2u_{yy} = 0$,

(c) $au_{xx} + 4au_{xy} + au_{yy} + bu_x + cu_y + u = 0$.

Aufgabe H2 (Fourier-Reihe, 4 Punkte)

Achtung: Wahlaufgabe! Bitte wählen Sie aus den beiden folgenden Aufgaben eine aus. Bitte bearbeiten Sie NICHT beide Aufgaben.

(Die Hinweise "mathematische" bzw. "Anwendungsaufgabe" sind nur Empfehlungen; natürlich können auch Mathematiker die Anwendungsaufgabe bearbeiten und Ingenieure die mathematische Aufgabe.)

- **Alternative 1, mathematische Aufgabe**

  Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ eine periodische, über dem Intervall $[0, 2\pi]$ Riemann-integrierbare Funktion mit den Fourier-Koeffizienten c_k. Sei $\{e_k\}$ eine Basis von orthonormalen Funktionen auf dem Interval $[0, 2\pi]$. Beweisen Sie, dass dann gilt:

  (a)
  $$\|f - \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e_k\|_2^2 = \|f\|_2^2 - \sum_{k=-\infty}^{\infty} |c_k|^2. \tag{1}$$

  (b)
  $$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |c_k|^2 \leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f(x)|^2 dx. \tag{$*$}$$

- **Alternative 2, Anwendungsaufgabe**

  Wir betrachten die 2π-periodische Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) := \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq \pi \\ -1 & \pi \leq x \leq 2\pi. \end{cases} \tag{2}$$

  (a) Berechnen Sie die Fourier-Reihe von f.

  (b) Stellen Sie die ersten sieben Partialsummen dieser Reihe graphisch dar (z.B mit Matlab, Gnuplot oder Mathematica).

Abgabe der Hausaufgaben: Am 7.05.10 bzw. 11.05.10 in der Übung.