Analysis I für M, LaG/M, Ph
5.Tutorium

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Dr. Robert Haller-Dintelmann
David Bücher
Christian Brandenburg

Sommersemester 2010
14.05.2010

Tutorium

Aufgabe T1
Es sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge in $\mathbb{R}$. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(a) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ hat genau einen Häufungspunkt $\Longrightarrow (a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist beschränkt und konvergent.

(b) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist beschränkt und hat genau einen Häufungspunkt $\Longrightarrow (a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist konvergent.

(c) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist konvergent $\Longrightarrow (a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist beschränkt und hat genau einen Häufungspunkt.

(d) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist beschränkt $\Longrightarrow (a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist konvergent und hat genau einen Häufungspunkt.

(e) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist konvergent und hat genau einen Häufungspunkt $\Longrightarrow (a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist beschränkt.

(f) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist konvergent und beschränkt $\Longrightarrow (a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ hat genau einen Häufungspunkt.

Aufgabe T2 (Teilfolgen)
Zeigen Sie: Eine Folge (a_n) ist genau dann beschränkt, wenn jede ihrer Teilfolgen eine konvergente Teilfolge enthält.

Aufgabe T3 (Cauchy-Kriterium)

(a) Zeigen Sie mit Hilfe des Cauchy-Kriteriums, dass die Folge

$$a_n := 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$$

divergiert.

(b) Zeigen Sie mit Hilfe des Cauchy-Kriteriums, dass die Folge

$$b_n := 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}$$

konvergiert.