

Lineare Algebra 2

13. Übungsblatt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. A. Kollross
K. Schwieger, T. Felber

Sommersemester 2010
06. Juli - 08. Juli 2010

Gruppenübung

Aufgabe G1

- Geben Sie eine Matrix an, deren charakteristisches Polynom $(1-x)^3(2-x)^2$ und deren Minimalpolynom $(x-1)^2(x-2)$ ist. Ist diese bis auf Ähnlichkeit eindeutig bestimmt?
- Geben Sie eine Matrix an, die genau drei verschiedene Eigenwerte hat und deren Minimalpolynom Grad 4 hat.
- Charakterisieren Sie diejenigen Matrizen, deren Minimalpolynom (ggf. bis auf Vorzeichen) mit ihrem charakteristischen Polynom übereinstimmt.
- Ist allgemein die Jordannormalform einer Matrix (bis auf Permutation der Jordanblöcke) durch Angabe von charakteristischem Polynom und Minimalpolynom eindeutig bestimmt?

Aufgabe G2

- Beweisen Sie, dass jede quadratische komplexe Matrix ähnlich zu ihrer Transponierten ist.
- Zeigen Sie, dass es zu jedem $A \in M_2(\mathbb{C})$, für das $A = 0$ oder $A^2 \neq 0$ gilt, ein $B \in M_2(\mathbb{C})$ gibt, so dass $B^2 = A$.

Aufgabe G3

- Es sei $A \in M_7(\mathbb{C})$ eine nilpotente Matrix, für die gilt:

$$\text{rank}(A) = 4, \quad \text{rank}(A^2) = 1, \quad \text{rank}(A^3) = 0.$$

Geben Sie die Jordannormalform von A an.

- Bestimmen Sie die Jordannormalform der (nilpotenten) Matrix

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Hausübung

Statt der sonst üblichen Hausübung gibt es diese Woche eine Probeklausur, die Sie zuhause bearbeiten dürfen. Die Bearbeitung ist freiwillig und wird nicht bewertet. In den Übungen vom 13. bis 15. Juli ist allerdings Gelegenheit, diese mit Ihrem Übungsleiter zu besprechen.