Fachbereich Mathematik
PD Dr. Ulf Lorenz
M.Sc. Franziska Kartzow

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2010
1. Juli 2010

5. Tutoriumsblatt zur „Algorithmischen Diskreten Mathematik“

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Bubble-Sort)

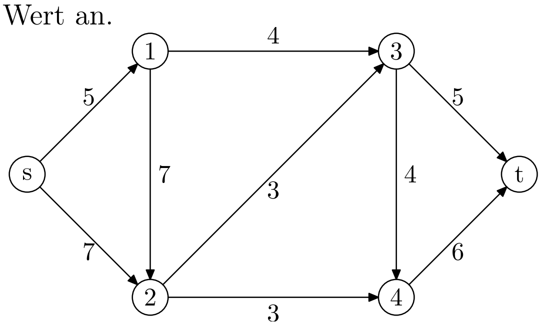
Betrachten Sie folgenden Sortieralgorithmus für ein Array der Länge n: Alle Element werden von Anfang bis Ende durchlaufen und das größte stückweise nach hinten geschoben; dann wird das ganze mit den ersten $n-1$ Elementen wiederholt, und so weiter.

(a) Schreiben Sie diesen Algorithmus formal auf.

(b) Berechnen Sie die Laufzeit des Algorithmus.

Aufgabe G2 (Ford-Fulkerson)

Wenden Sie den Ford-Fulkerson-Algorithmus auf den folgenden Graphen an. Geben Sie in jedem Schritt den augmentierenden Weg und die aktuellen Flusswerte x_{ij} an. Geben Sie am Ende den maximalen Fluss und dessen Wert an.



Aufgabe G3

Das maximale Flussproblem aus der Vorlesung kann folgendermaßen erweitert werden: Neben den Kantenkapazitäten c seien noch Knotenkapazitäten $\gamma : V \to \mathbb{R}^+$ gegeben. In einem solchen Netzwerk (D, s, t, c, γ) heißt eine Abbildung f Fluss, wenn sie neben den bekannten Eigenschaften (Flusserhaltung und (Kanten-) Kapazitätsbedingungen) auch die folgende erfüllt: Für alle $v \in V$ ist die *Knotenkapazitätsbedingung*

$$\sum_{(v,w)\in E} f(v,w) \le \gamma(v) \qquad \text{wenn } v \in V \setminus t$$

$$\sum_{(u,w)\in E} f(u,w) \le \gamma(u) \qquad \text{wenn } v = t$$

erfüllt.

Zeigen Sie, dass die Bestimmung eines maximalen Flusses in einem Netzwerk mit Kanten- UND

Knotenkapazitäten auf ein maximales Flussproblem in einem normalen (d.h. ohne Knotenkapazitäten) Netzwerk vergleichbarer Größe zurückgeführt werden kann.

Aufgabe G4

Wir betrachten ein Spiel fur zwei Personen. Zu Spielbeginn werden n Punkte auf ein Blatt Papier gezeichnet (Das Spiel ist auch fur kleine n interessant, z.B. n = 5). Die beiden Spieler sind nun abwechseln dran, einen Zug zu machen. Der Spieler, der keinen Zug mehr ausführen kann, verliert. In jedem Zug verbindet ein Spieler zwei vorhandene Punkte mit einer Kante und zeichnet einen weiteren Punkt irgendwo auf diese neue Kante. Ein vorhandener Punkt darf dabei nur als Endpunkt fur die Kante gewählt werden, wenn *höchstens* zwei weitere Kanten bislang dort enden. Die Kante darf sich nicht mit vorhandenen Kanten schneiden. (Oder, in der Sprache der Graphentheorie: Der Graph muss eben bleiben, der maximale Knotengrad ist 3. Der neue Punkt, der einer Kante hinzugefügt wird, hat bereits Grad 2.)

(a) Spielen Sie das Spiel für unterschiedliche Werte von n zunächst einige Male mit einem Mitspieler.

(b) Zeigen Sie, dass ein Spiel mit n Startpunkten höchstens $3n-1$ Züge dauert, unabhängig von der Strategie der Spieler.