



3. Tutoriumsblatt zur „Algorithmischen Diskreten Mathematik“

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Induktion auf Graphen)

- Ein Blatt eines Graphen ist ein Knoten mit Grad 1. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass ein Baum mit nichtleerer Kantenmenge mindestens zwei Blätter hat.
- Jeder Graph besitzt eine gerade Anzahl von Knoten ungeraden Grads. Zeigen Sie diese Aussage mittels vollständiger Induktion.

Aufgabe G2 (Graphen)

Gegeben seien folgende Graphen:

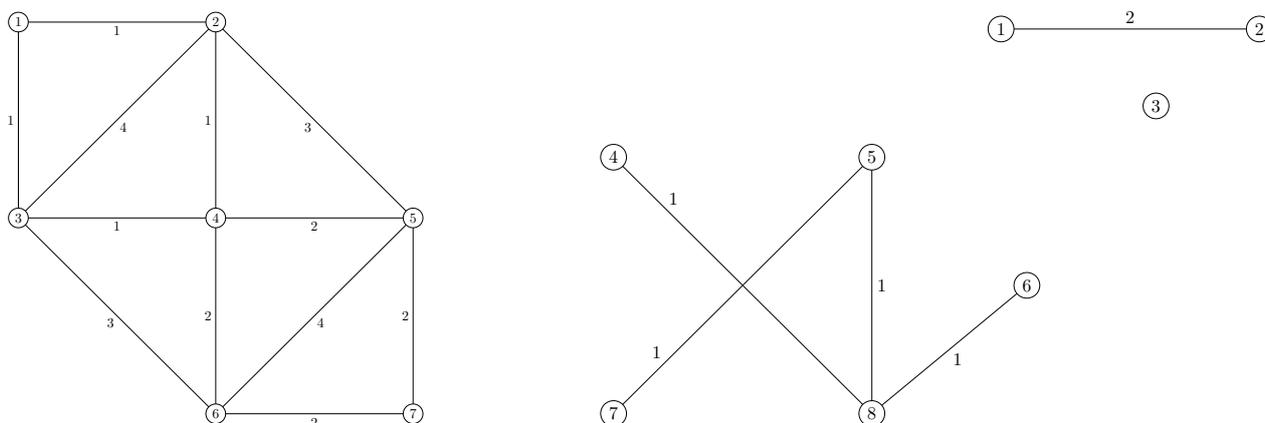


Abbildung 1: Zwei Graphen

- Besitzen die Graphen einen Eulerschen Kreis (mit Begründung)?
- Besitzen die Graphen einen Hamiltonschen Kreis (mit Begründung)?
- Erstellen Sie für die Graphen eine Adjazenzmatrix und eine Adjazenzliste.
- Führen Sie auf den Graphen den DFS-Algorithmus durch und geben Sie jeweils eine mögliche Reihenfolge, in der die Knoten besucht werden, die Anzahl der Zusammenhangskomponenten, die Menge der Knoten der Zusammenhangskomponenten und die Summe der Gewichte des gefundenen aufspannenden Waldes an.

- (e) Führen Sie auf dem Graphen den BFS-Algorithmus durch und geben Sie jeweils eine mögliche Reihenfolge, in der die Knoten besucht werden, die Anzahl der Zusammenhangskomponenten, die Menge der Knoten der Zusammenhangskomponenten und die Summe der Gewichte des gefundenen aufspannenden Waldes an.

Aufgabe G3

Zur Erinnerung: k -CLIQUE ist folgendes Problem:

Eingabe: Ein Graph G , und eine natürliche Zahl k .

Ausgabe: “ja”, falls G eine CLIQUE der Größe k enthält. Sonst “nein”.

Das Problem VERTEX COVER ist das folgende Problem

Eingabe: Ein Graph G , und eine natürliche Zahl $k \in \mathbb{N}$.

Ausgabe: “ja”, falls G eine Knotenüberdeckung der Größe k hat, d.h. $\exists V' \subset V$ mit $|V'| = k$, so dass $\forall (u, v) \in E$ gilt $u \in V'$ oder $v \in V'$ (oder beides)

Zeigen Sie das VERTEX COVER (VC) \mathcal{NP} -vollständig ist.