



19.05.2010

5. Übung

Geometrische Datenverarbeitung SS 2010

Aufgabe 17: [M]

Geben Sie rationale Parametrisierungen möglichst niedrigen Grades für einen Torus ($R = 3, r = 1$) und eine Kugel ($R = 1$) an. Visualisieren Sie Ihre Ergebnisse mit Hilfe von Matlab (Befehl `mesh`).

Aufgabe 18: [M]

Zur Schlichtung einer komplizierten Beziehungsgeschichte (Bimmel liebt Bommel, Bommel hasst Bimmel), wird folgendes verfügt: Es werden für die neuen Wohnsitze der beiden zwei Gebiete P und Q festgesetzt. Zunächst darf Bommel seinen Standort in P oder Q frei wählen. Danach darf Bimmel seinen Standort in dem Gebiet, das Bommel nicht gewählt hat, frei wählen. Bimmel möchte Bommel natürlich so nahe wie möglich sein, während Bommel eine möglichst große Distanz zwischen sich und Bimmel bringen möchte. Die Entfernung, die sich schließlich zwischen den beiden ergibt, nennt man den *Hausdorff-Abstand* von P und Q .

- Übersetzen Sie die Geschichte in die Sprache der Mathematik.
- Zeigen Sie, dass der Hausdorff-Abstand eine Metrik auf der Menge der kompakten Teilmengen von \mathbb{R}^d ist.

Aufgabe 19: [H]

a) Gegeben sei der Kegelschnitt $K : 2x^2 - xy + 2y^2 + 2x - 2y - 4 = 0$. Bestimmen Sie die rationale quadratische Bézierkurve, die das Intervall $[0, 1]$ auf das im ersten Quadrant liegende Segment von K abbildet und deren Pol auf der x -Achse liegt.

b) Sei \mathbf{c}_α eine Schar rationaler Bézierkurven mit Kontrollpunkten \mathbf{P} und Gewichten $W = U + \alpha V$. Zeigen Sie, dass für festes $t \in \mathbb{R}$ die Punkte $\{\mathbf{c}_\alpha(t) : \alpha \in \mathbb{R}\}$ alle auf einer Geraden liegen. *Hinweis:* Schreiben Sie $\mathbf{c}_\alpha(t)$ in der Form $\mathbf{c}_\alpha(t) = \lambda(\alpha)\mathbf{q} + (1 - \lambda(\alpha))\mathbf{r}$.

Aufgabe 20: [P]

Schreiben Sie ein MATLAB-Programm

$$R = \text{BezRoot}(P, tol),$$

das die Nullstellen des Polynoms $c = B^n P$ auf dem Intervall $[0, 1]$ mittels Subdivision eingrenzt. Dabei sei $R = [a_1, b_1; \dots; a_N, b_N]$ eine Matrix mit zwei Spalten, in deren Zeilen Intervalle $[a_i, b_i]$ der Länge $\leq tol$ stehen, in denen Nullstellen von c liegen können. Testen Sie Ihr Programm, indem Sie `TstBezRoot` aufrufen.