Fachbereich Mathematik
PD Dr. Ulf Lorenz
M.Sc. Franziska Kartzow

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2010
15. Juli 2010

7. Übungsblatt zur „Algorithmischen Diskreten Mathematik“

Gruppenübung

Hinweis: Für die Klausur dürfen Sie ihre schriftlichen Unterlagen mitbringen. Auch wenn Sie die Vorlesungsunterlagen mitbringen dürfen, sollten Sie dennoch die vorgestellten Algorithmen und Begriffe beherrschen. Sie werden während der Klausur keine Zeit haben, alles nochmal nachzuschlagen! Die nachfolgenden Aufgaben sind Beispiele für mögliche Klausuraufgaben.

Aufgabe G1 (mögliche Klausuraufgabe)
Sortieren Sie die folgende Zahlenfolge mit Insertion-Sort: 7,12,1,6,8,2,4,3

Aufgabe G2 (mögliche Klausuraufgabe)
In der Klausur wird es auch “Multiple Choice” - Aufgaben geben. Ihre Zustimmung zu einer Aussage geben Sie durch ein “ja”, die Ablehnung durch ein “nein”. Für jede richtige Antwort bekommen Sie einen Punkt. Für jede falsche Antwort wird Ihnen ein Punkt abgezogen. Keine Antwort ändert den Punktestand nicht. Es können nicht weniger als 0 Punkte erreicht werden. Bewerten Sie die folgenden Aussagen:

Behauptung	Stimmt das? (ja oder nein)
$\frac{1}{2}n^3 - \log n \in O(n!)$	
Das kürzeste Wege-Problem für Graphen liegt in $\mathcal{NP}$	
Sei $\phi(x_1, ...x_n)$ eine boolesche Funktion. Falls $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$, so gibt es einen Algorithmus mit polynomialer Laufzeit, der eine erfüllende Belegung $(\hat{x}_1, ..., \hat{x}_n)$ für $\phi(x_1, ...x_n)$ bestimmt (also $\phi(\hat{x}_1, ..., \hat{x}_n) = \text{true}$).	
Es gibt deterministische Sortieralgorithmen, die beliebige Zahlenfolgen in linearer Zeit sortieren.	

Aufgabe G3 (mögliche Klausuraufgabe)
Bestimmen Sie die für folgende Rekursionsgleichungen die Laufzeit von $T(n)$ in Θ-Notation

- $T(n) = 2^n T(\frac{n}{2}) + n^n$
- $T(n) = 3T(\frac{n}{2}) + n^2$

Aufgabe G4 (mögliche Klausuraufgabe)

Ein Elektrogeschäft möchte sein Schaufenster mit 5 roten, 3 blauen, 4 grünen und 2 gelben Glühlampen in einer Reihe dekorieren. Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn

(a) es keine weiteren Einschränkungen gibt?

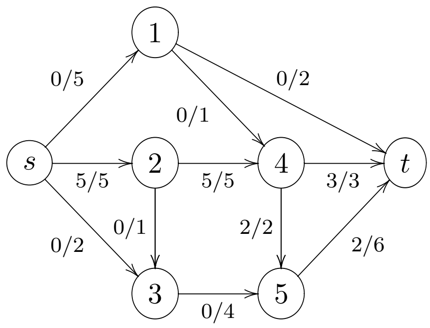
(b) die Glühlampen gleicher Farbe jeweils neben einander angeordnet werden sollen?

(c) die Reihe mit 2 roten Glühlampen anfangen und aufhören soll?

(d) die 3 blauen nebeneinander stehen sollen?

Aufgabe G5 (mögliche Klausuraufgabe)

Betrachten Sie folgendes Flussnetzwerk. Die angegebenen Zahlen geben den aktuellen Fluss bzw. die Kapazität der jeweiligen Kante an.



(a) Geben Sie für das Netzwerk den aktuellen Flusswert an.

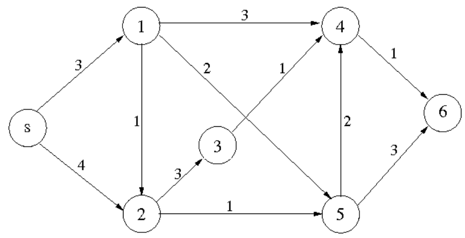
(b) Berechnen Sie einen maximalen Fluss für das Netzwerk. Beginnen Sie mit dem aktuellen Fluss gemäß Zeichnung. Geben Sie in jedem Schritt einen augmentierenden Weg und den Flusswert des aktualisierten Flusses an. Zeichnen Sie für das abgebildete Netzwerk das Residualnetzwerk.

(c) Beweisen Sie die Optimalität des Flusses.

Aufgabe G6 (mögliche Klausuraufgabe)

(a) Erläutern Sie kurz die Funktionsweise des Dijkstra-Algorithmus.

(b) Betrachten Sie den nachfolgenden Graphen. Wenn man das Gewicht der Kante $(3, 4)$ auf -2 setzt, versagt der Dijkstra-Algorithmus (vgl. Uebung 4). Führen Sie nun den Bellman-Ford-Algorithmus aus, um einen kürzesten Weg in dem veränderten Graphen zu bestimmen.



Aufgabe G7 (mögliche Klausuraufgabe)

Beweisen Sie, dass ein Baum ohne Knoten mit Grad 2 mindestens genauso viele Blätter wie innere Knoten (Knoten vom Grad > 1) hat.