



8. Übungsblatt zur „Mathematik IV für Elektrotechnik/ Mathematik III für Informatik“

Gruppenübung

Aufgabe G23 (Vektoriteration nach von Mises)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -4 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

- Führe drei Iterationen nach von Mises mit dem Startvektor $z^{(0)} = (1, 0, 0)^T$ durch (d. h. berechne $z^{(3)}$ und $R(z^{(2)}, A)$). Verwende zur Normierung die Maximumsnorm.
- Berechne die Eigenwerte von A und vergleiche diese mit dem Ergebnis aus Teil (a).

Aufgabe G24 (Inverse Vektoriteration nach Wielandt)

Es soll der kleinste Eigenwert der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 7 \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$$

bestimmt werden.

- Führe zwei Iterationen nach Wielandt mit $\mu = -8$ und $z^{(0)} = (1, 0)^T$ aus (d. h. berechne $z^{(2)}$ und $R(z^{(1)}, (A - \mu I)^{-1})$ sowie $\mu + \frac{1}{R(z^{(1)}, (A - \mu I)^{-1})}$ als Näherung für den kleinsten Eigenwert).
- Berechne die Eigenwerte von A und vergleiche diese mit dem Ergebnis aus Teil (a).

Aufgabe G25 (Störungstheorie für Eigenwertprobleme)

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ \sqrt{2} & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-5} & 0 \\ 0 & 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Berechne die Eigenwerte der Matrix A .
- Schätze die Eigenwerte der Matrix $C := A + B$ mit dem Störungssatz 7.1.5 (Bauer/Fike) der Vorlesung ab.

Hausübung

Aufgabe H24 (Gershgorin-Kreise)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 + 5i & 2 & -i & 3 + 4i \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}.$$

- Skizziere die zur Matrix A gehörigen Gershgorin-Kreise in der komplexen Zahlenebene.
- Berechne die Eigenwerte von A und zeichne sie in die Skizze ein.

Aufgabe H25 (Vektoriteration nach von Mises)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Führe vier Iterationen nach von Mises mit dem Startvektor $z^{(0)} = (1, 1)^T$ durch (d. h. berechne $z^{(4)}$ und $R(z^{(3)}, A)$). Verwende zur Normierung die Maximumsnorm.
- Berechne die Eigenwerte von A und vergleiche diese mit dem Ergebnis aus Teil (a).
- Was folgt aus Satz 7.2.2 über die Güte der Approximation?

Aufgabe H26 (Multiple Choice)

Es darf pro Frage eine Antwort angekreuzt werden. Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt. Für jedes falsche Kreuz wird ein halber Punkt abgezogen. Für kein Kreuz oder mehr als ein Kreuz pro Frage gibt es Null Punkte. Für die Gesamtpunktzahl dieser Aufgabe wird das Maximum aus Null und den erreichten Punkten gebildet.

Gegeben sei eine Matrix mit Eigenwerten -4 , 2 und 3 . Welche der folgenden Aussagen ist richtig ?

- Die Vektoriteration nach von Mises liefert eine Annäherung an den Eigenwert 2 von A .
- Die inverse Vektoriteration von Wielandt mit $\mu = -3$ liefert eine Näherung an den Eigenwert 3 .
- Die inverse Vektoriteration von Wielandt mit $\mu = -3$ liefert eine Näherung an den Eigenwert -4 .