



Analysis II

Übung 5

Aufgabe 1

Sei (X, d) ein metrischer Raum, $A \subseteq X$ abgeschlossen und $B \subseteq X$ offen. Zeigen Sie, daß $A \setminus B$ abgeschlossen ist.

Aufgabe 2

Sei X ein metrischer Raum und $K_1, \dots, K_n \subseteq X$ kompakte Teilräume von X . Zeigen Sie, daß $K_1 \cup \dots \cup K_n$ kompakt ist.

Aufgabe 3

Sei X ein metrischer Raum und $Y \subseteq X$. Zeigen Sie, daß

- (a) $Y \setminus \partial Y$ offen,
- (b) $Y \cup \partial Y$ abgeschlossen und
- (c) ∂Y abgeschlossen ist.

(Dies ist §1 Satz 4.)

Hausaufgaben

Aufgabe 4

Sei (X, d) ein metrischer Raum und $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion, die im Punkte $x_0 \in X$ stetig ist.

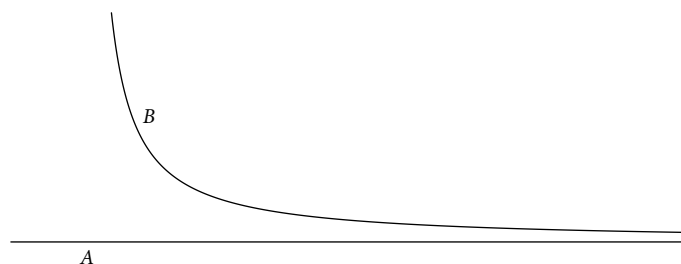
- (i) Zeigen Sie, daß es eine Umgebung U von x_0 gibt, so daß $f(U) \subseteq \mathbb{R}$ beschränkt ist.
- (ii) Angenommen, $f(x_0) > 0$. Zeigen Sie, daß es eine Umgebung U von x_0 gibt, so daß $f(x) > 0$ für alle $x \in U$ gilt.

Aufgabe 5

Sei X ein metrischer Raum und $A, B \subseteq X$ nicht-leere abgeschlossene Mengen mit $A \cap B = \emptyset$. Zeigen Sie, daß es offene Mengen $C, D \subseteq X$ gibt mit $A \subseteq C$, $B \subseteq D$ und $C \cap D = \emptyset$.

Hinweis. Machen Sie sich eine Skizze. Beachten Sie, daß A und B nicht beschränkt sein müssen. Ein Beispiel in $X = \mathbb{R}^2$ wäre etwa

$$A := \{ (x, y) : y = 0 \} \quad \text{und} \quad B := \{ (x, y) : xy = 1, x > 0 \}.$$



Ball der Mathematiker

Samstag
5. Juni 2010

**Otto-
Berndt-
Halle**

(Einlass
ab 19:30)



Veranstalter: Fachschaft Mathematik der TU Darmstadt

Kartenvorverkauf ab 03.05.2010

Weitere Informationen auf www.mathebau.de/matheball

Mit freundlicher Unterstützung von

