Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Ulrich Kohlenbach
PD Dr. Achim Blumensath
Dr. Eyvind Briseid

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Sommersemester 2010

Analysis II

Tutorium 12

Aufgabe 1

Berechnen Sie das Maximum der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) := e^{-x^2 y}$$

unter der Nebenbedingung, daß $x^2 + 2y^2 = 1$.

Aufgabe 2

Seien $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ und $\gamma : [0, 4] \to \mathbb{R}^2$ die Funktionen mit

$$f(x, y) := (-y, x) \quad \text{und} \quad \gamma(t) := \begin{cases} (1,\ 2t - 1) & \text{für } t \in [0,1] \\ (1 - 2(t-1),\ 1) & \text{für } t \in [1,2] \\ (-1,\ 1 - 2(t-2)) & \text{für } t \in [2,3] \\ (2(t-3) - 1,\ -1) & \text{für } t \in [3,4] \end{cases}$$

(γ ist also eine geschlossene quadratische Kurve um den Ursprung mit Seitenlänge 2.) Berechnen Sie

$$\int_\gamma f(x) \cdot \mathrm{d}x\,.$$

Aufgabe 3

Seien $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ und $\gamma : [a, b] \to \mathbb{R}^n$ stetig differenzierbar. Zeigen Sie, daß

$$\int_\gamma \operatorname{grad} f(x) \cdot \mathrm{d}x = f(\gamma(b)) - f(\gamma(a))\,.$$

Hinweis. Benutzen Sie die Kettenregel.