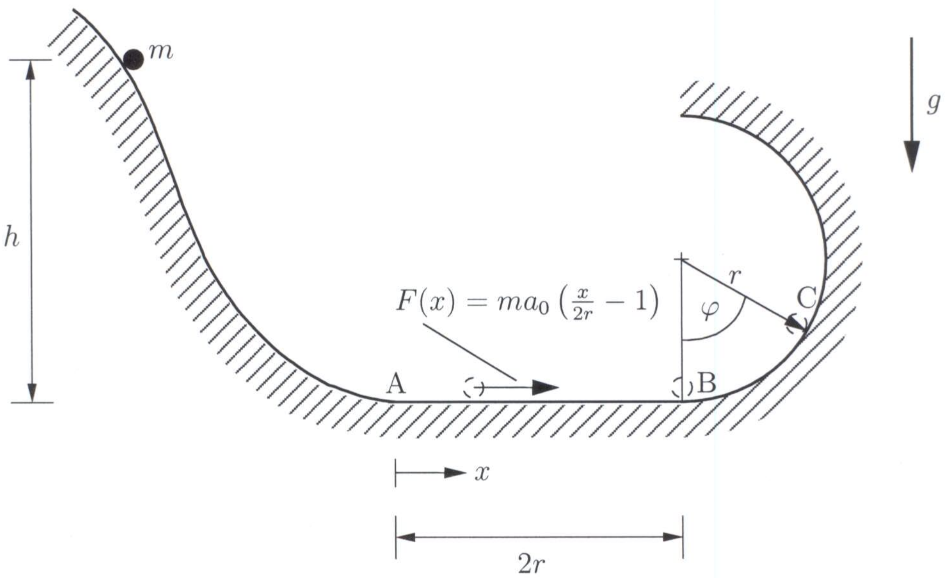
Aufgabe 1 [21 Punkte]



Ein Massenpunkt (Masse m) bewegt sich aus der skizzierten Ruhelage auf einer glatten Bahn. Zwischen den Punkten A und B wirkt auf den Massenpunkt die veränderliche Kraft $F(x) = ma_0\left(\frac{x}{2r} - 1\right)$. Von B an bewegt sich der Massenpunkt auf einer Kreisbahn mit Radius r.

a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Massenpunktes im Punkt A.

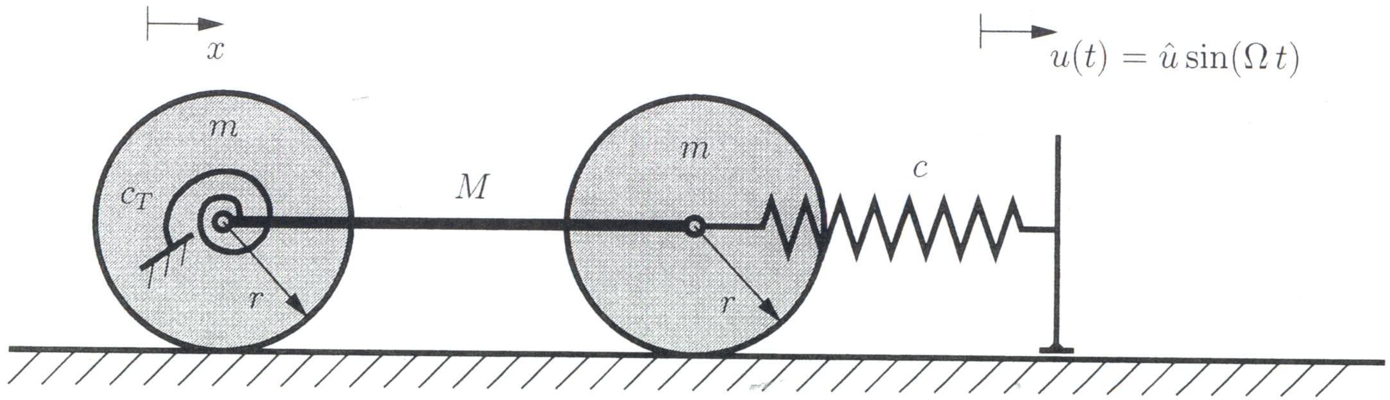
b) Im Punkt A hat der Massenpunkt die Geschwindigkeit v_A. Berechnen Sie seine Geschwindigkeit im Punkt B.

c) Im Punkt B hat der Massenpunkt die Geschwindigkeit v_B. Berechnen Sie seine Bahngeschwindigkeit v_C und die Normalkraft N im Punkt C für $\varphi = 60°$.

Gegeben: h, r, m, g, a_0, v_A in b) , v_B in c)

Aufgabe 2 [19 Punkte]

Das skizzierte System aus zwei Walzen mit Radius r und Masse m und einem starren Stab der Masse M wird über eine Feder c, deren Ende periodisch um $u(t) = \hat{u}\sin(\Omega\, t)$ bewegt wird, zum Schwingen angeregt. Die linke Walze ist über eine Drehfeder c_T mit dem Stab verbunden. Die rechte Walze, der Stab und die Feder sind frei drehbar miteinander verbunden. Für $x = u = 0$ sind Feder und Drehfeder entspannt. Beide Walzen rollen auf Unterlage.



Gegeben: m, M, r, c, c_T, $\hat{u}$, Ω

a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für die Verschiebung x des Systems auf.

Bewegungsgleichung:

$$\Rightarrow \quad \boxed{\ddot{x} + \underbrace{\frac{r^2 c + c_T}{r^2(3m+M)}}_{=\omega^2} x = \underbrace{\frac{c\,\hat{u}}{3m+M}}_{\omega^2 x_0} \sin(\Omega t)} \qquad (6)$$

1.3.1 TRENNUNG der Variablen: Ist $y=y(x): I \to J$ eine Lösung der

DGL $\frac{dy}{dx} = y' = f(x)\cdot g(y)$ $\quad f(x)$ stetig auf I, $g(y) \neq 0$ stetig auf J

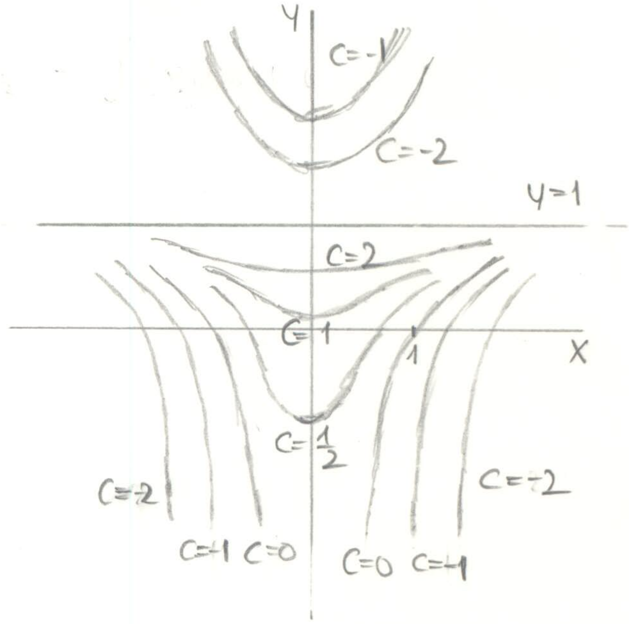
so $\quad \int \frac{1}{g(y)}\, dy = \int f(x)\, dx + C$

$\int_{y_0}^{y} \frac{1}{g(s)}\, ds = \int_{x_0}^{x} f(t)\, dt$ $\quad$ für Anfangsbedingung $y(x_0)=y_0$

Beim Auflösen nach y und Angabe des Gültigkeitsbereichs Hirn einschalten!

Singuläre Lösungen: $\boxed{y = k \text{ konstant mit } g(k)=0}$

B1. Beisp. $\quad \frac{dy}{dx} = 2x(y-1)^2$,



$-\frac{1}{y-1} = \int \frac{dy}{(y-1)^2} = \int 2x\, dx = x^2 + C$

$y = 1 - \frac{1}{x^2+C}$

Anfangsbed. $y(x_0)=y_0$: $\quad C = -x_0^2 - \frac{1}{y_0-1}$

sing. Lsg $\quad y = 1$

B2. Beisp. $\quad \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$

$\frac{y^2}{2} = \int y\, dy = \int -x\, dx = -\frac{x^2}{2} + C$

$y^2 = -x^2 + c \qquad y_1 = \sqrt{c-x^2}, \quad y_2 = -\sqrt{c-x^2} \qquad$ für $x^2 < c$

Anfangsbed $y(x_0)=y_0$: $\quad c = x_0^2 + y_0^2 \qquad y_0 > 0 \leadsto y = \sqrt{c-x^2}$

$\qquad y_0 < 0 \leadsto y = -\sqrt{c-x^2}$

B3. Beisp. $\quad \frac{dy}{dx} = 3\sqrt[3]{y^2} \qquad$ sing: $y = 0$

$y^{1/3} = \int \frac{1}{3} y^{-2/3}\, dy = \int dx = x + C, \quad y = (x+C)^3$ $\quad$ für $y>0$ bzw $y<0$

Zur Anfangsbed. $y(x_0)=0$ gibt es jedoch unendlich viele Lösungen

$y = \begin{cases} x^3 & x < 0 \\ 0 & 0 \le x \le C \\ (x-C)^3 & x > 0 \end{cases}$ $\quad$ falls $\quad 0 \le x_0 \le C$