



Höhere Mathematik 1

14. Übung

Gruppenübungen

Aufgabe G40

a) Gegeben seien die folgenden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Untersuchen Sie bei jeder möglichen Kombination von zwei Matrizen, ob die Summe bzw. das Produkt definiert ist und berechnen Sie diese, falls möglich.

b) Weiter seien

$$D = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie auch BD, DB, CF und FC .

c) Es seien $n \in \mathbb{N}$ und $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Gilt dann immer

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2?$$

(Man schreibt auch bei Matrizen $A^2 = AA, A^3 = AAA, \dots$)

Aufgabe G41 Sei $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ die Spiegelung an der x_1 -Achse und $\psi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ die Spiegelung an der Winkelhalbierenden $x_2 = x_1$. Bestimmen Sie die Matrizen der linearen Abbildungen $\varphi, \psi, \varphi \circ \psi$ und $\psi \circ \varphi$. Machen Sie sich geometrisch klar, was die beiden letzten Abbildungen beschreiben.

Aufgabe G42

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie A^2, A^3 und A^4 .

b) Bestimmen Sie die Potenz A^n für eine beliebige Zahl $n \in \mathbb{N}$.