Fachbereich Mathematik
Dr. Robert Haller-Dintelmann
Daniel Henkel

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 2009/10 18.01.2010

Höhere Mathematik 1

11. Übung

Gruppenübungen

Aufgabe G31

Die Taylorreihe einer beliebig oft differenzierbaren Funktion $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ im Punkt $x_0 \in [a, b]$ ist durch

$$T(x, x_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n$$

definiert. Benutzen Sie den Satz von Taylor mit Lagrange-Restglied um zu zeigen, dass die obige Reihe für $x \in [a, b]$ konvergiert, falls ein $C > 0$ existiert mit $\left|f^{(n)}(x)\right| < C$ für alle $n \in \mathbb{N}$ und $x \in [a, b]$.

Aufgabe G32

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

a)

$$\int x^2 \cdot \ln(x^2)\, dx.$$

b)

$$\int \sin x \cdot e^x\, dx.$$

Aufgabe G33

Berechnen Sie folgende Integrale:

a)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot e^{\sin x}\, dx.$$

b)

$$\int_0^{2\pi} \frac{\ln(2 + \cos x) \cdot \sin^5 x}{3 + \cos^3 x}\, dx.$$

Hinweis: Substituieren Sie $y = \cos x$ und verwenden Sie $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$.

Hausübungen

Aufgabe H31

Geben Sie die Taylorreihe $T(x, x_0)$ für $f(x) = \sin x$ im Punkt $x_0 = 0$ an und zeigen Sie, dass die Reihe für alle $x \in \mathbb{R}$ konvergiert.

Aufgabe H32

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a)

$$\int_0^{4\pi} \cos x \cdot e^x \, dx.$$

b)

$$\int_0^{2\pi} \sin(3x)\cos(4x)\, dx.$$

Aufgabe H33

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

a)

$$\int \frac{\sin(\ln x)}{x}\, dx.$$

b)

$$\int \frac{4x+6}{\sqrt{x^2+3x+1}}\, dx.$$