



Höhere Mathematik 1

10. Übung

Gruppenübungen

Aufgabe G28

Berechnen Sie die lokalen und globalen Minima und Maxima.

a)

$$f(x) = x^3 - 12x + 16 \quad \text{für } x \in [-5, 5].$$

b)

$$g(x) = \frac{1}{1 + |x - 3|} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe G29

Führen Sie das Newton-Verfahren zwei Mal für die Funktion

$$f(x) = x^3 - 9x + 4$$

durch. Beginnen Sie dabei mit dem Startwert $x_0 = 0$. Wie gut ist Ihre Näherung?

Aufgabe G30

Sei

$$f(x) = -\sqrt{x}$$

für $x \geq 0$.

- Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_2(x)$ zweiten Grades von $f(x)$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 4$.
- Zeigen Sie, dass $|T_2(x) - f(x)| \leq \frac{27}{16}$ für alle $x \in [1, 7]$ gilt.

Hausübungen

Aufgabe H28

Berechnen Sie die lokalen und globalen Minima und Maxima der Funktion

$$f(x) = 3 \cdot e^x \cdot (x^2 + 4x + 1)$$

für $x \in [-7, 0]$. Skizzieren Sie die Funktion.

Aufgabe H29

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = e^x + \ln x - x^2 - 2$$

für $x > 0$. Approximieren Sie mit dem Newton-Verfahren eine Nullstelle von f (vier Iterationsschritte). Beginnen Sie mit dem Startwert $x_0 = e$.

Aufgabe H30

Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_2(x)$ zweiten Grades von

$$f(x) = \cos^2 x$$

um den Entwicklungspunkt $x_0 = \pi$, und schätzen Sie den Fehler $|f(x) - T_2(x)|$ im Intervall $[3, 4]$ ab.

Zusatzaufgabe: Folgern Sie aus dem Mittelwertsatz der Differentialrechnung:

- a) $f'(x) = 0$ für alle $x \in (a, b) \Rightarrow f$ konstant auf $[a, b]$.
- b) f monoton wachsend genau dann, wenn $f' \geq 0$.