



Höhere Mathematik 1

9. Übung

Gruppenübungen

Aufgabe G25

Für welche $x \in \mathbb{R}$ sind folgende Funktionen definiert? Geben Sie die stetige Fortsetzung auf \mathbb{R} an, sofern dies möglich ist.

a)

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}.$$

b)

$$g(x) = \frac{|x - 1|}{x^2 - 2x + 1}.$$

c) Nimmt die Funktion f aus a) den Wert -2 an?

Aufgabe G26

Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen.

a)

$$f(x) = 3x^5 - (2x + 3)^{14} + 2.$$

b)

$$g(x) = \sqrt[3]{x}(3x - 6x^3).$$

c)

$$h(x) = \frac{3x + 5}{x^2 - 8x + 18}.$$

Aufgabe G27

Berechnen Sie folgende Grenzwerte.

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x^3 - x^2 + x - 1}.$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot \ln x}{e^x}.$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot \ln(x^2).$

Hausübungen

Aufgabe H25

- a) Für welche Werte ist die Funktion $f(x) = \frac{(x-1)^2}{|x-1|}$ definiert? Ist die Funktion stetig fortsetzbar auf ganz \mathbb{R} ? Weisen Sie Ihre Vermutung formal nach.
- b) Berechnen Sie Zahlen $b, c \in \mathbb{R}$, so dass die folgende Funktion stetig ist.

$$g(x) = \begin{cases} b^2 \cdot x & \text{für } x \leq 1 \\ -b \cdot 2^x - 1 & \text{für } 1 < x < 3 \\ b + c & \text{für } x \geq 3. \end{cases}$$

Aufgabe H26

Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen.

a)

$$f(x) = 2^x - x^x.$$

b)

$$g(x) = \ln \left(\frac{1-x}{1+x} \right).$$

c)

$$h(x) = e^{2x} \sqrt{2x}.$$

Aufgabe H27

Sei $f(x) = x^3 + 3x^2$ und $g(x) = -e^{-x} - x$ für $x \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} \neq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

gilt. Ist dies ein Widerspruch zur Regel von L'Hospital?