Fachbereich Mathematik
Dr. Robert Haller-Dintelmann
Daniel Henkel

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 2009/10 26.10.2009

Höhere Mathematik 1

2. Übung

Gruppenübungen

Aufgabe G4
Berechnen Sie die Binomialkoeffizienten $\binom{4}{2}$, $\binom{5}{4}$ und $\binom{6}{3}$

a) mit Hilfe des Pascalschen Dreiecks.

b) durch Verwendung von Fakultäten.

Aufgabe G5
Skizzieren Sie die folgenden Mengen auf der reellen Zahlengeraden.

a) $M_1 = \{x \in \mathbb{R} : |x-1| \leq 3\}$.

b) $M_2 = \{x \in \mathbb{R} : |x+2| = 2\}$.

c) $M_3 = \{x \in \mathbb{R} : (x-2)^3 \geq x^3 - \frac{90}{15}x^2 + x - 9 + 11x + \frac{1}{x}\}$.

Geben Sie die Menge aller Zahlen in Mengenschreibweise an, die von 2 höchstens den Abstand 5 haben. Machen Sie sich klar, was vor dem Doppelpunkt und was hinter dem Doppelpunkt in der Mengenklammer steht.

Aufgabe G6
Betrachten Sie nochmals die Mengen aus Aufgabe G5.

a) Welche dieser Mengen M_1, M_2, M_3 sind Intervalle? Geben Sie diese Intervalle an.

b) Berechnen Sie $M_1 \cup M_2$, $M_2 \cap M_3$ und $M_2 \setminus M_1$.

Hausübungen

Aufgabe H4

Sei $x > -1$. Zeigen Sie duch vollständige Induktion, dass

$$(1+x)^n \geq 1 + nx$$

für jedes $n \in \mathbb{N}_0$ gilt.

Aufgabe H5

a) Zeigen Sie $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} \cdot \frac{n+1}{k+1}$ für alle $n, k \in \mathbb{N}$.

b) Zeigen Sie $\frac{(a+b)^n}{n!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{a^k}{k!} \cdot \frac{b^{n-k}}{(n-k)!}$ für alle $n \in \mathbb{N}$, $a, b \in \mathbb{R}$.

Aufgabe H6

Skizzieren Sie die folgenden Mengen auf der reellen Zahlengeraden.

a) $M_1 = \{x \in \mathbb{R} : 3 \leq |x-2| \leq 11\}$.

b) $M_2 = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 2x + 1 < 1\}$.

c) $M_3 = \{x \in \mathbb{R} : |x-2| \leq \frac{|x|^2}{|x-2|}\}$.