



12. Übungsblatt zur Vorlesung Navier-Stokes Gleichungen I

Gruppenübung

Aufgabe G1

Sei $M \subset X$ ein abgeschlossener Unterraum eines Banachraums X .

(a) Zeigen Sie: Es existiert genau dann eine stetige Projektion P von X längs M falls $X = M \oplus N$ für einen abgeschlossenen Unterraum N von X .

In diesem Fall heißt M *projezierbar*.

(b) Sei X ein Hilbertraum. Zeigen Sie M ist projezierbar.

Aufgabe G2

Zeigen Sie Theorem 9.13.

Aufgabe G3

Vervollständigen Sie den Beweis von Theorem von 11.5..

Aufgabe G4

Zeigen Sie Bemerkung 11.10.

Aufgabe G5

Untersuchen Sie den Operator $D : L^q(\Omega)^n \rightarrow \widehat{W}_0^{-1,q}(\Omega)$ gegeben durch

$$\langle Du, \varphi \rangle := \int_{\Omega} u \nabla \varphi, \quad \varphi \in \widehat{W}^{1,q}(\Omega).$$

Untersuchen Sie insbesondere, ob $Du = \operatorname{div} u$ gilt.