



## 2. Übungsblatt zur Vorlesung Navier-Stokes Gleichungen I

### Gruppenübung

#### Aufgabe G1

Zeigen Sie Theorem 2.6.

#### Aufgabe G2

Zeigen Sie Bemerkung 2.5.

#### Aufgabe G3

Sei  $X = \ell^2(\mathbb{N})$ ,  $(\alpha_n) \subset \mathbb{C}$ . Setze

$$A : \begin{cases} D(A) := \{x \in X : (\alpha_n x_n) \in X\} & \rightarrow X \\ (x_n) & \mapsto (\alpha_n x_n). \end{cases}$$

Welche Bedingungen müssen an  $(\alpha_n)$  gestellt werden, so dass  $A$  sektoriell ist? Bestimmen Sie  $\theta_A$  in diesem Fall. Wie könnte man  $e^{zA}$  definieren? Für welche  $z \in \mathbb{C}$  ist dies wohldefiniert bzw. ein beschränkter Operator?

#### Aufgabe G4

Sei  $T_0 > 0$  und  $T : [0, \infty) \rightarrow \mathcal{L}(X, Y)$  stark stetig. Zeigen Sie

$$\sup_{0 \leq t \leq T_0} \|T(t)\| \leq C(T_0).$$

*Hinweis:* Prinzip der gleichmäßigen Beschränktheit.