



1. Übungsblatt zur Vorlesung Navier-Stokes Gleichungen I

Gruppenübung

Aufgabe G1

Sei $X := C[0, 1]$. Setze

$$A_0 : \begin{cases} D(A_0) := C^\infty([0, 1]) & \rightarrow X, \\ f & \mapsto f' \end{cases}, A_1 : \begin{cases} D(A_1) := C^1([0, 1]) & \rightarrow X, \\ f & \mapsto f' \end{cases}, \\ A_2 : \begin{cases} D(A_2) := \{f \in C^1([0, 1] : f(1) = 0)\} & \rightarrow X, \\ f & \mapsto f' \end{cases}.$$

Untersuchen Sie A_0 , A_1 und A_2 auf Abgeschlossenheit und geben Sie die Resolventenmenge von A_2 an.

Aufgabe G2

Sei $X = \ell^2(\mathbb{N})$, $(\alpha_n) \subset \mathbb{C}$. Setze

$$A : \begin{cases} D(A) := \{x \in X : (\alpha_n x_n) \in X\} & \rightarrow X \\ (x_n) & \mapsto (\alpha_n x_n). \end{cases}$$

Untersuchen Sie A auf Abgeschlossenheit. Geben Sie das Spektrum und das Punktspektrum von A an.

Aufgabe G3

Zeigen Sie Lemma 1.4 und Lemma 1.6.

Hinweis: Satz vom abgeschlossenen Graphen

Aufgabe G4

Sei $f : \Omega \rightarrow X$ analytisch. Zeigen Sie den Cauchy'schen Integralsatz.

Hinweis: $\langle \int_\Gamma f(z) dz, x' \rangle = \int_\Gamma \langle f(z), x' \rangle dz$, $x' \in X'$