



# 14. Übungsblatt zur „Mathematik III für BI, BSc. WI/BI, MaWi, AngGeo, UI“

## Gruppenübung

### Aufgabe G39

Um die Genauigkeit eines neu entwickelten Gerätes zur Messung von Weglängen im Gelände zu kontrollieren, wurde eine Strecke von genau  $1000m$  zehnmal vermessen.

Messung	1	2	3	4	5
Messwert [m]	998.0	1001.0	1003.0	1000.5	999.0
Messung	6	7	8	9	10
Messwert [m]	997.5	1000.0	999.5	996.0	998.5

Unter der Annahme, dass die Messwerte eine Realisierung unabhängiger  $N(\mu, \sigma^2)$ -verteilter Zufallsvariablen sind, soll zum Niveau  $\alpha = 5\%$  die Hypothese getestet werden, dass das Gerät im Mittel die korrekte Entfernung angibt

- bei unbekannter Varianz,
- unter der Voraussetzung, dass  $\sigma^2 = 4$  gilt.

### Aufgabe G40

In einer Molkerei gibt es zwei Maschinen, die Milch in Milchtüten abfüllen. Die Füllmengen von 21 Milchtüten der ersten Maschine bzw. von 9 Milchtüten der zweiten Maschine wurden gemessen. Dabei erhielt man Messwerte  $x_1, \dots, x_{21}, y_1, \dots, y_9$  (in  $ml$ ) mit den empirischen Mittelwerten  $\bar{x} = 501$  bzw.  $\bar{y} = 503$  und den empirischen Varianzen  $s_x^2 = 3.24$  bzw.  $s_y^2 = 3.61$ . Unter der Annahme, dass die angegebenen Messwerte eine Realisierung unabhängiger Zufallsvariablen  $X_1, \dots, X_{21}, Y_1, \dots, Y_9$  sind, wobei  $X_1, \dots, X_{21}$  identisch  $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ - und  $Y_1, \dots, Y_9$  identisch  $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ -verteilt sind, testen Sie

- unter der Annahme  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$  durch Anwendung eines geeigneten Testverfahrens zum Niveau  $\alpha = 0.05$  die Hypothese  $\mu_1 \geq \mu_2$  gegen die Alternative  $\mu_1 < \mu_2$ .
- durch Anwendung eines geeigneten Testverfahrens zum Niveau  $\alpha = 0.1$ , ob aufgrund des angegebenen Datenmaterials die unter (a) gemachte Annahme  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$  gegen  $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$  zu verwerfen ist.

Eventuell benötigte Quantile:  $t_{28;0.95} = 1.70$ ,  $F_{20;8;0.95} = 3.1502$ ,  $F_{8;20;0.95} = 2.4471$ .

### Aufgabe G41 (Fehler 1. und 2. Art)

Fritzchen und Fritzi unterhalten sich über Hypothesentests.

Fritzchen: Wenn ich bei einem Hypothesentest die Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  ganz klein wähle

und der Test verwirft die Nullhypothese nicht, dann ist es die beste Entscheidungsregel die Nullhypothese für richtig zu halten.

Fritzi: Nun ja, du drückst dich etwas ungenau aus. Denn... .

Setzen Sie Fritzis Satz geeignet fort.

**Aufgabe G42** ( $\chi^2$  – Anpassungstest)

Bei einem Kreuzungsversuch erwartet man aufgrund eines bestimmten Erbgesetzes, dass Nachkommen mit drei verschiedenen Phänotypen Ph1, Ph2 und Ph3 mit den Wahrscheinlichkeiten  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$  bzw.  $\frac{1}{4}$  auftreten. Unter 112 Nachkommen fand man 22 mit Ph1, 53 mit Ph2 und 37 mit Ph3. Ist die Hypothese über den Erbgang

$$H_0 : (p_1, p_2, p_3) = \left( \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right)$$

bei der Gegenhypothese

$$H_1 : (p_1, p_2, p_3) \neq \left( \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right)$$

auf dem 5 Prozent- Niveau abzulehnen, wobei  $p_i$  die Wahrscheinlichkeit des Phänotyps Phi ( $i = 1, 2, 3$ ) bedeutet?

	Ph1	Ph2	Ph3
Häufigkeiten	22	53	37
unter $H_0$ erwartete Häufigkeiten	28	56	28