



8. Übungsblatt zur „Mathematik III für BI, BSc. WI/BI, MaWi, AngGeo, UI“

Gruppenübung

Aufgabe G22 (Randwertprobleme)

Betrachten Sie die DGL

$$y'' + y = 0.$$

$\cos(x)$ und $\sin(x)$ bilden ein Fundamentalsystem zu dieser DGL. Untersuchen Sie die Lösbarkeit bei folgenden Randwerten

(a) $y(0) = 1, y(\pi) = -1$

(b) $y(0) = 1, y(\pi) = 0$

Aufgabe G23 (Gewöhnliche DGLn vs. partielle DGLn)

Was ist der Unterschied zwischen einer gewöhnlichen und einer partiellen DGL?

Aufgabe G24 (Wellengleichung)

Berechnen Sie die Lösung der Wellengleichung

$$u_{tt} - u_{xx} = 0, \quad x \in [0, \pi], \quad t \geq 0,$$

mit den Randbedingungen $u(0, t) = u(\pi, t) = 0$ für alle $t \geq 0$ und den Anfangsbedingungen

$$u(x, 0) = x^2 - \pi x, \quad u_t(x, 0) = 0, \quad x \in [0, \pi].$$

Setzen Sie hierzu zunächst $u(x, 0)$ zu einer ungeraden Funktion auf $[-\pi, \pi]$ fort und bestimmen Sie $u(x, t)$ mit Hilfe der Fourier-Reihenentwicklung von $u(x, 0)$.

Hausübung

Aufgabe H22 (Messreihen)

Beim Auszählen von Zellen in 50 Quadranten eines Hämazytometers ergaben sich die folgenden Werte:

1 2 2 2 4 4 4 5 5 5 2 1 2 2 7 6 7 4 4 4 4 4 4 4
4 4 4 4 5 5 6 6 2 3 3 3 3 3 6 7 7 7 5 2 2 2 7 9 9

- (a) Fertigen Sie ein Stabdiagramm zu den relativen Häufigkeiten dieser Messwerte an und zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion.

- (b) Lesen Sie das p -Quantil für $p = 0.2$ sowie $p = 0.76$ an der empirischen Verteilungsfunktion ab. Bestimmen Sie an Hand der geordneten Messreihe das empirische p -Quantil für $p = 0.25$, $p = 0.5$ und $p = 0.84$.
- (c) Berechnen Sie die empirische Standardabweichung der Messreihe.

Aufgabe H23 (Messreihen II)

In der folgenden Tabelle sind die an acht Männern festgestellten Merkmale X (Hämoglobingehalt pro 100 ml Blut) und Y (mittlere Oberfläche der Erythrozyten in 10^{-6}mm^2) zusammengestellt.

X	16.85	15.97	17.40	15.09	16.08	17.95	15.53	17.29	Männer
Y	103.41	106.93	99.78	101.54	98.68	103.74	104.18	108.36	
$\sum x_i = 132.16, \sum x_i^2 = 2190.33, \sum y_i = 826.62, \sum y_i^2 = 85489.17, \sum x_i y_i = 13658.91$									

- (a) Tragen Sie die Punkte in ein Diagramm ein. Wählen Sie auf der X -Achse für eine Einheit 2.5 cm und auf der Y -Achse für eine Einheit 0.5 cm.
- (b) Bestimmen Sie die empirische Korrelation und die Regressionsgerade zur Vorhersage der mittleren Erythrozytenoberfläche aus dem Hämoglobingehalt.
- (c) Tragen Sie die Regressionsgerade in das Koordinatensystem ein und interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

Aufgabe H24 (Regressionsgerade)

Im Zuge einer amerikanischen Studie, welche den Kohlenwasserstoff-Ausstoss von Autos (in $g/Meile$) näher untersuchte, wurde bei 11 Autos der Kohlenwasserstoff-Ausstoss ($y_i, i = 1, \dots, 11$) über eine bestimmte Fahrstrecke ($x_i, i = 1, \dots, 11$) hinweg gemessen. Die Messungen ergaben die folgenden Werte (Fahrstrecke in 1000 Meilen)

$$\sum_{i=1}^{11} x_i = 304.377, \quad \sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 10461.814$$

$$\sum_{i=1}^{11} y_i = 3.407, \quad \sum_{i=1}^{11} y_i^2 = 1.063 \quad \sum_{i=1}^{11} x_i y_i = 97.373$$

- (a) Bestimmen Sie die Regressionsgerade, welche die Abhängigkeit des Kohlenwasserstoffausstoßes von der gefahrenen Strecke darstellt.
- (b) Basierend auf Ihren Erkenntnissen aus (a): Wie groß ist der Kohlenwasserstoff-Ausstoss nach 30000 Meilen?