



## 4. Übungsblatt zur „Mathematik III für BI, BSc. WI/BI, MaWi, AngGeo, UI“

### Gruppenübung

#### Aufgabe G10 (Bestimmen einer Näherungslösung)

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y'' = -\frac{1}{x}y' + \frac{1}{x^2}y + 1, \quad y(2) = 0, y'(2) = 0.$$

Berechnen Sie  $y(2.6)$  näherungsweise mit dem Polygonzugverfahren (Differenzenverfahren) mit Schrittweite  $h = 0.2$ .

#### Aufgabe G11 (Produktansatz)

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$(t-1) \cdot \ddot{u} - t \cdot \dot{u} + u = 0, \quad u(0) = 1, \dot{u}(0) = \sqrt{2}.$$

**Hinweis:** Zeigen Sie, dass  $u_1(t) = e^t$  eine Lösung ist und benutzen Sie dann den Produktansatz  $u(t) = u_1(t) \cdot v(t)$  zur Bestimmung der allgemeinen Lösung der homogenen DGL.

#### Aufgabe G12 (Fundamentalsystem)

Gegeben sei die inhomogene Differentialgleichung 3. Ordnung

$$L(y) = \frac{\ln(x)}{x} \quad (x > 0)$$

mit

$$L(y) := x^2 y''' - 2y'.$$

Zeigen Sie, dass die Funktionen  $y_1(x) = 1$ ,  $y_2(x) = x^3$  und  $y_3(x) = \ln(x)$  ein Fundamentalsystem zu  $L(y) = 0$  bilden. Überführen Sie die DGL in ein System erster Ordnung.

### Hausübung

#### Aufgabe H10 (Produktansatz)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$x \cdot y'' - (x+1) \cdot y' + y = 0.$$

- (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung mit Hilfe der speziellen Lösung  $y_1(x) = e^x$ .
- (b) Bestimmen Sie mit Hilfe von (a) die Lösung des AWP  $y(1) = -1, y'(1) = 2$  an.

**Aufgabe H11** (Näherungslösung)

Gegeben sei die Differentialgleichung 2. Ordnung

$$y'' = e^y.$$

Berechnen Sie näherungsweise  $y(0.5)$  mit Hilfe des im Skript angegebenen Differenzenverfahrens mit der Schrittweite  $h = 0.25$  im Intervall  $[0, 0.5]$ . Geben Sie Ihre Näherungslösung bis auf 4 Nachkommastellen genau an.

**Aufgabe H12** (Systeme von DGLn)

Betrachte die DGL

$$y'' - 3y' + 2y = 1.$$

- (a) Überführe die DGL in ein System erster Ordnung.
- (b) Zeigen Sie, dass

$$v_1 := \exp(x) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 := \exp(2x) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Lösungen des homogenen Systems sind.

- (c)  $v_1$  und  $v_2$  bilden ein Fundamentalsystem des homogenen Systems. Geben Sie die allgemeine Lösung des homogenen Systems an.
- (d) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des inhomogenen Systems.

**Ab Montag (9.11.2009) findet die Montagsvorlesung um 9:50-11:30 in S214/024 (Kernphysik) statt.**