



# 10. Übungsblatt zur „Mathematik III für MB, WI/MB, MPE, AngMech“

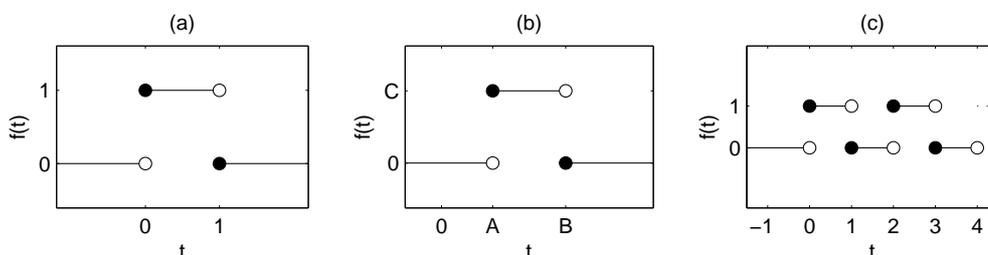
## Gruppenübung

### Aufgabe G1 (Heaviside-Funktion)

Geben Sie mithilfe der Heaviside-Funktion

$$h(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

analytische Ausdrücke für die folgenden skizzierten Funktionen an. Die Funktion in c) wird nach rechts periodisch fortgesetzt.



### Aufgabe G2 (Laplace-Transformierte)

Geben Sie die Laplace-Transformierten der Funktionen aus Aufgabe G1 an.

### Aufgabe G3 (Randwertprobleme)

Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Randwertprobleme. *Tipp:* Beginnen Sie, indem Sie eine einfache Partikulärlösung der Differentialgleichung erraten.

- (a)  $y''(x) + y(x) = 1$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(\pi) = 0$ ,  
 (b)  $y''(x) + y(x) = 1$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(\frac{\pi}{2}) = 0$ .

#### Aufgabe G4 (Heaviside-Funktion)

Ein Mensch versucht durch eine gedämpfte Schwingtür ein Gebäude zu betreten. Der Auslenkwinkel  $x(t)$  der Tür werde beschrieben durch die folgende Differentialgleichung:

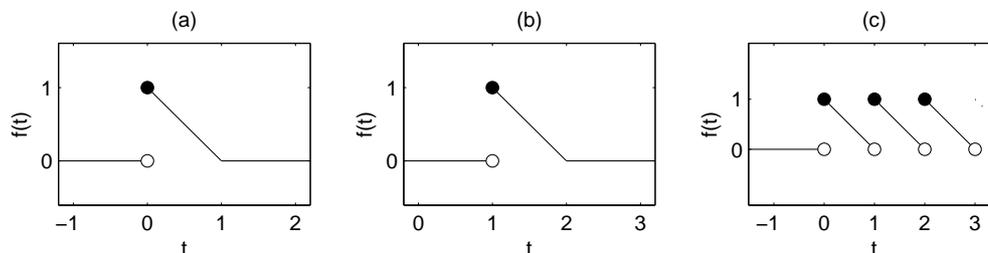
$$x'' + 4x' + 3x = f(t), \quad t \geq 0.$$

Am Anfang befinde sich die Tür in der Ruhelage. Um die Tür zu öffnen, übt der Mensch eine konstante Kraft  $f(t) = 1$  eine Zeiteinheit lang ( $0 \leq t < 1$ ) auf die Tür aus. Berechnen Sie den Auslenkwinkel der Tür als Funktion der Zeit. Nutzen Sie die Heaviside-Funktion und die Laplace-Transformation.

## Hausübung

#### Aufgabe H1 (Heaviside-Funktion)

Geben Sie analytische Ausdrücke für die folgenden skizzierten Funktionen an.



#### Aufgabe H2 (Laplace-Transformierte)

Geben Sie die Laplace-Transformierten der Funktionen aus Aufgabe H1 an.

#### Aufgabe H3 (Randwertprobleme)

Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Randwertprobleme:

- (a)  $y''(x) + y(x) = x - \frac{\pi}{2}$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(\pi) = 0$ ,
- (b)  $y''(x) - y(x) = 1$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(\pi) = 0$ .

#### Aufgabe H4 (Aufgaben mit Kontrollinformation)

- (a) Gegeben ist die Funktion  $f(t) = \begin{cases} 0 & \text{falls } t < 1 \\ (t-1)^2 & \text{sonst} \end{cases}$

Man gebe die Laplacetransformierte  $F(s)$  von  $f(t)$  an!

Probe:  $F(1) \approx 0.74$

- (b) Man gebe eine Partialbruchzerlegung von  $F(s) = \frac{3}{(s^2+2)(s-1)} = \frac{As+B}{(s^2+2)} + \frac{C}{(s-1)}$  an!

Probe:  $A + B + C = -1$

Abgabe: **22.01.2010** in der jeweiligen Gruppenübung