Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. M. Kiehl
S. Drewes
S. Löbig

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

WS 2009/2010
18.12.2008

9. Übungsblatt
Mathematik III für MB, WI/MB, MPE, AngMech

Gruppenübung

Aufgabe G1

(a) Sei $\lambda_1 = 2+2i$ ein Eigenwert und $\vec{v}_1 = (1, 1+i)^T$ ein zugehöriger Eigenvektor der Matrix eines Systems erster Ordnung. Schreiben Sie einen weiteren Eigenwert mit einem dazugehörigen Eigenvektor auf!

(b) Kreuzen Sie an, für welche A, $\vec{v}$ und $\vec{h}$ die folgende Aussage zutrifft: Die Matrix A hat den Eigenvektor $\vec{v}$ und der Vektor $\vec{h}$ ist der zu $\vec{v}$ zugehörige Hauptvektor zweiter Stufe der Hauptvektorkette.

☐ $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{h} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

☐ $A = \begin{pmatrix} 2 & -9 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{h} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

☐ $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{h} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

☐ $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{h} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

(c) Kreuzen Sie an, welche der folgenden Vektorpaare ein Fundamentalsystem eines homogenen Differenzialgleichungssystems erster Ordnung bilden können.

☐ $\begin{pmatrix} e^t \\ e^{5t} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} e^t \\ 5e^{5t} \end{pmatrix}$.

☐ $\begin{pmatrix} e^{-5t} \\ 5e^{-5t} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5e^{-5t} \\ 5e^{-5t} \end{pmatrix}$.

☐ $\begin{pmatrix} e^{-t} \\ e^{-t} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5e^{-t} \\ 5e^{-t} \end{pmatrix}$.

☐ $\begin{pmatrix} e^t \\ 5e^t \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} e^{-t} \\ 5e^{-t} \end{pmatrix}$.

☐ $\begin{pmatrix} e^t \\ 5e^t \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5e^{-t} \\ e^{-t} \end{pmatrix}$.

Aufgabe G2

Bestimmen Sie die Lösung des folgenden Anfangswertproblems mit Hilfe der Laplace-Transformation:

$$y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 2, \qquad y'(0) = 1.$$

Aufgabe G3

Lösen Sie mit Hilfe der Laplace-Transformation das Anfangswertproblem bestehend aus dem System

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 - 3y_1 - 3y_2 &= t \\ \dot{y}_2 + y_1 + y_2 &= 1 \end{aligned}$$

und den Anfangswerten $y_1(0) = y_2(0) = 0$.

Aufgabe G4

Berechnen Sie die Originalfunktion zu der Laplace-Transformierten

$$\frac{2s^2 + 2s + 2}{(s+1)(s^2 - 2s + 2)}.$$

Hausübung

Aufgabe H1

Berechnen Sie die Laplace-Transformierten folgender Funktionen:

(a) $f(t) = \sinh t - \sin t$ *Probe:* $\mathfrak{L}\{f\}(\pi) = 0.0207\ldots$

(b) $f(t) = (t-1)^2 e^{-2t}$ *Probe:* $\mathfrak{L}\{f\}(\pi) = 0.1335\ldots$

Aufgabe H2

Lösen Sie das folgende lineare Anfangswertproblem mit Hilfe der Laplace-Transformation:

$$\ddot{y} + 3\dot{y} + 2y = e^t \ , \ y(0) = 1 \ , \ \dot{y}(0) = 0$$

Probe: $y(\pi) = 3.9203\ldots$

Aufgabe H3

Lösen Sie das folgende AWP mit Hilfe der Laplace-Transformation:

$$y'' + 2y' + y = 2\cos t, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 2.$$

Probe: $\mathfrak{L}\{y\}(\pi) = 0.1502\ldots$, $y(\pi) = 0.1357\ldots$

Abgabe: **15.01.2009** in der jeweiligen Gruppenübung.

Wir wünschen Ihnen frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins Jahr 2010!