

Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. M. Kiehl
S. Drewes
S. Löbig



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

WS 2009/10
11.12.2009

8. Übungsblatt zur „Mathematik III für MB, WI/MB, MPE, AngMech“

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Stabilität)

Berechnen Sie die allgemeine reelle Lösung des Differenzialgleichungssystems

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -x + 5y, \\ \dot{y} &= -x + 3y.\end{aligned}$$

Ist die spezielle Lösung $x \equiv 0$, $y \equiv 0$ stabil?

Aufgabe G2 (Eigenschaften der Laplace-Transformierten)

Schreiben Sie die wichtigsten Sätze für das Rechnen mit der Laplace-Transformierten auf (5 bis 10 Minuten).

Aufgabe G3 (Laplacetransformation)

Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\frac{d^2y}{dt^2} + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

mithilfe der Laplacetransformation.

Aufgabe G4 (Laplace-Transformierte)

Bestimmen Sie die Originalfunktion zur Laplace-Transformierten $F(s) = \frac{s+1}{s^2+s-6}$.

Hausübung

Aufgabe H1 (Laplace-Transformierte)

Berechnen Sie die Laplace-Transformierten der folgenden Funktionen:

- (a) $f_1(t) = 3 \cosh(t) - \cos(2t)$ (Linearität),
- (b) $f_2(t) = (t/2) \sin(4t)$ (Differentiationsatz),
- (c) $f_3(t) = (t-1)^2 e^{-t}$ (Dämpfungs- und Verschiebungssatz).

Aufgabe H2 (Laplace-Transformierte)

Bestimmen Sie jeweils die Originalfunktion zu den folgenden Laplace-Transformierten:

- (a) $F_1(s) = \frac{s+4}{s^2+4s-5}$ (Partialbruchzerlegung),
- (b) $F_2(s) = \ln(s+2) + \ln(s+1)$ (Differentiationsatz),
- (c) $F_3(s) = \frac{1}{(s+2)^2} + \frac{1}{(s+2)^3}$ (Dämpfungs- und Verschiebungssatz).

Aufgabe H3 (Laplace-Transformation)

Lösen Sie das folgende lineare Anfangswertproblem mit Hilfe der Laplacetransformation:

$$\ddot{y} + 4\dot{y} - 5y = 0, \quad y(0) = 1, \quad \dot{y}(0) = 0.$$

Abgabe: **18.12.2009** in der jeweiligen Gruppenübung