Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. M. Kiehl
S. Drewes
S. Löbig

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 2009
04.12.2008

7. Übungsblatt
Mathematik III für MB, WI/MB, MPE, AngMech

Gruppenübung

Aufgabe G1

Gegeben sei das System $y' = Ay$ mit

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -3 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

a) Überprüfen Sie die Stabilität des Systems via

  i) Berechnung der Eigenwerte

  ii) des Routh-Hurwitz-Kriteriums.

b) Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse aus i) und ii). Gibt es einen Widerspruch? Ist das System stabil oder nicht?

Aufgabe G2

Zeigen Sie: $\ddot{I}+\frac{R}{L}\dot{I}+\frac{1}{LC}I = 0$ (die Gleichung für den Strom in einem RLC-Kreis) ist für $R, L, C > 0$ immer stabil in $I = 0$.

Aufgabe G3

Untersuchen Sie das folgende Differentialgleichungssystem auf Stabilität:

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 - x^2 & 2 \\ 3x & -5 - x - x^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

Hausübung

Aufgabe H1

Gegeben seien die charakteristischen Polynome

$$\lambda^4 + 5\lambda^3 + 10\lambda^2 + 10\lambda + 4$$

und

$$\lambda^4 - 3\lambda^3 + 2\lambda^2 + 2\lambda - 4.$$

Überprüfen Sie für jedes der beiden Polynome, ob alle Nullstellen λ_i das Kriterium $\mathrm{Re}(\lambda_i) < 0$ erfüllen. *Hinweis:* Sie müssen die Nullstellen nicht explizit berechnen.

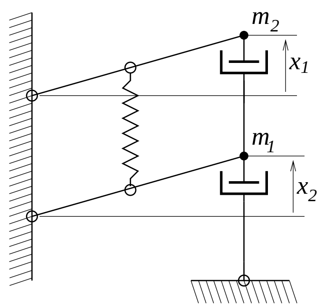
Aufgabe H2

Untersuchen Sie, ob die DGL $y' = A_i y$ stabil ist für

$$A_1 = \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ 10 & -19 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe H3

Es werde das rechts abgebildete, einfache mechanische System betrachtet, in dem zwei auf gradliniger Bahn befindliche Massen m_1, m_2 (kleine Auslenkungen x_1, x_2) durch eine Feder verbunden und außerdem geschwindigkeitsproportionale Dämpfungen vorhanden sind. Mit den Bezeichnungen aus der Abbildung lauten die Bewegungsgleichungen, wobei d zur Federkonstante proportional ist:



$$\begin{aligned} m_1 x_1'' &= d(x_2 - x_1) + k_2(x_2' - x_1') - k_1 x_1' \\ m_2 x_2'' &= d(x_1 - x_2) + k_2(x_1' - x_2'). \end{aligned}$$

Lösen Sie dieses System für $m_1 = m_2$, $k_1 = k_2$ und $\frac{d}{m_1} = 1 = \frac{k_1}{m_1}$.

Hinweis: Überführen Sie das System erst in ein System erster Ordnung mit vier Gleichungen.

Abgabe: **11.12.2008** in der jeweiligen Gruppenübung