



5. Übungsblatt

Mathematik III für MB, WI/MB, MPE, AngMech

Gruppenübung

Aufgabe G1

Formen Sie die Differentialgleichung

$$y^{(4)} + 2y''' + 3y = 4$$

in ein System von Differentialgleichungen erster Ordnung um. Schreiben Sie das System in Matrixform auf.

Aufgabe G2

Gegeben sei die inhomogene Differentialgleichung 2. Ordnung $L(y) = 12x$ für $x > 0$ mit

$$L(y) := -3y'' - \frac{3}{x}y' + \frac{3}{x^2}y.$$

- Zeigen Sie, dass die Funktionen $y_1(x) = 4x$ und $y_2(x) = \frac{1}{x}$ ein Fundamentalsystem zu $L(y) = 0$ bilden.
- Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des inhomogenen Problems mit der Methode der Variation der Konstanten.

Aufgabe G3

Lösen Sie das System

$$\begin{aligned}y_1' &= y_2 + y_3 \\y_2' &= y_1 + y_3 \\y_3' &= y_1 + y_2\end{aligned}$$

durch Bestimmung der Eigenwerte und Eigenvektoren der zugehörigen Matrix.

Aufgabe G4

Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem für die DGL

$$y^{(6)} - 2y^{(3)} + y = 0 ,$$

und für

$$y^{(4)} - 4y^{(3)} + 9y'' - 10y' = 0 .$$

Hausübung

Aufgabe H1

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Systems

$$\begin{aligned} y_1' &= y_1 + y_2 + y_3 \\ y_2' &= y_1 - y_2 + y_3 \\ y_3' &= y_1 + y_2 - y_3 . \end{aligned}$$

Aufgabe H2

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden DGLn:

- a) $y^{(3)} - y'' = y - y'$,
- b) $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = 0$,
- c) $y^{(4)} - 2y^{(3)} + y'' = 0$.

Aufgabe H3

Bestimmen Sie die Lösung des Systems

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 &= 10x_1 + 4x_2 \\ \ddot{x}_2 &= 9x_1 + 10x_2 \end{aligned}$$

mittels Aufstellung eines Systems erster Ordnung und Bestimmung der Eigenwerte und Eigenvektoren.

Hinweis: Um den Rechenaufwand bei der Bestimmung der Eigenwerte und Eigenvektoren geringer zu halten, dürfen Sie gerne auch einen Rechner zur Hilfe nehmen.

Probe: Produkt der Eigenwerte = 64.

Aufgabe H4

Zeigen Sie, dass die Monomfunktionen $y_i(x) = x^i$ für $i = 0, 1, 2, 3$ linear unabhängig sind.

Abgabe: **27.11.2008** in der jeweiligen Gruppenübung