



4. Übungsblatt zur „Mathematik III für MB, WI/MB, MPE, AngMech“

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Ansatz vom Typ der Inhomogenität)

Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der folgenden Differenzialgleichungen. Verwenden Sie den Ansatz nach dem Typ der Inhomogenität.

(a) $y' = y + e^{-x}$

(b) $y' = -y + e^{-x}$

(c) $y' = -y - e^x \sin(x)$

Aufgabe G2 (DGLs zweiter Ordnung)

Errechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'' = (y + 1) \cdot y' \quad , \quad y(1) = 1 \quad , \quad y'(1) = 2.$$

Probe: $y(\pi) = -2,7519$.

Aufgabe G3 (Linear unabhängige Funktionen)

Welche der folgenden Funktionensysteme sind linear unabhängig über \mathbb{R} ?

(a) $y_1(x) = x$, $y_2(x) = e^x$, $y_3(x) = \sin x$

(b) $y_1(x) = x^2$, $y_2(x) = 2 \sin x$, $y_3(x) = 3x^2 - \sin x$

a), b), a) und b), keines von beiden.

Aufgabe G4 (Fundamentalsysteme)

Entscheiden Sie, in welchen Fällen die folgenden Funktionen ein Fundamentalsystem einer linearen homogenen Dgl. der Ordnung n sein können:

- (a) $n = 3$: $y_1(x) = 1$, $y_2(x) = x$, $y_3(x) = x^2$
 (b) $n = 3$: $y_1(x) = \sin^2 x$, $y_2(x) = 2 \cos^2 x$, $y_3(x) = 3$
 (c) $n = 2$: $y_1(x) = xe^x$, $y_2(x) = x^2e^x$

Hausübung

Aufgabe H1 (Linear unabhängige Funktionen)

Sind die folgenden Funktionen linear unabhängig?

- (a) $y_1(x) = e^x$, $y_2(x) = x$.
 (b) $y_1(x) = \sin^2(x)$, $y_2(x) = \cos^2(x)$, $y_3(x) = 1$.

Aufgabe H2 (Fundamentalsysteme)

Für $x > 0$ sei die Dgl.

$$x(x+1)y'' - (2x+1)y' + 2y = 2x(x+1)$$

gegeben. Überprüfen Sie, ob die Funktionen $y_1(x) = (x+1)^2$ und $y_2(x) = x^2$ ein Fundamentalsystem der homogenen Gleichung bilden. Berechnen Sie sodann die allgemeine Lösung durch Variation der Konstanten.

Probe: $\begin{pmatrix} c'_1(\pi) \\ c'_2(\pi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.7585 \\ 1.3183 \end{pmatrix}$

Aufgabe H3 (DGL zweiter Ordnung)

- (a) Lösen Sie das AWP

$$y^3y'' + 1 = 0, \quad y(1) = y'(1) = 1.$$

Probe: $y(\pi) = 0.3183$

- (b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der DGL

$$xy'' - y' + \frac{2}{x} + \ln x = 0 \quad (x > 0).$$

Aufgabe H4 (Ansatz vom Typ der Inhomogenität)

Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der folgenden Differentialgleichungen erster Ordnung mit geeigneten Ansätzen nach dem Typ der Inhomogenität:

- (a) $y' - 2y = 2xe^{-2x}$,
 (b) $y' - 2y = (x+2)e^{2x}$.

Abgabe: **20.11.2009** in der jeweiligen Gruppenübung