



1. Übungsblatt

Mathematik III für MB, WI/MB, MPE, AngMech

Gruppenübung

Aufgabe G1

Multiple choice Test:

Kreuzen Sie alle richtigen Antworten an: Die folgenden Differenzialgleichungen sind:

	linear	nicht linear	implizit	explizit	autonom
$y'(x) = f(x)y(x)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$y'(x) = 1 + x + y(x)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$y'(x) = y^2(x)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$y''(x) = (y'(x))^2 + y(x)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\sin(xy'(x)) = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$(yy^{(5)})^2 + xy'' + \ln(y) = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$y' = xy^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$y''(x) = -\frac{(y'(x))^2}{-5y(x)}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$y'(x) = \sin(y(x))$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Aufgabe G2

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = x(1 + y^2), \quad y(0) = 0,$$

durch Trennung der Variablen.

Aufgabe G3

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y' \cdot x + y = 1 + x, \quad x > 0, \quad y(1) = 2.$$

Hinweis: Lösen Sie zuerst die homogene Differenzialgleichung und bestimmen Sie dann die spezielle Lösung des Anfangswertproblems mittels Variation der Konstanten.

Probe: $y(\pi) = 2.7299\dots$

Aufgabe G4

Gegeben sei die Differenzialgleichung

$$y' = -\frac{x}{y}, \quad y > 0.$$

- Skizzieren Sie das Richtungsfeld, und tragen Sie einige Lösungen ein.
- Erraten Sie anhand der Skizze diejenige Lösung, die die Anfangsbedingung $y(0) = 1$ erfüllt. Prüfen Sie das Ergebnis durch eine Probe.

Hausübung

Aufgabe H1

Gegeben sei die folgende Differenzialgleichung:

$$y' = \sqrt{y}$$

Verifizieren Sie:

$$y \equiv 0 \quad \text{und} \quad y = \begin{cases} 0 & , -\infty \leq x < c \\ \frac{1}{4}(x - c)^2 & , x \geq c \end{cases}$$

sind Lösungen der Differenzialgleichung.

Ist $y = \frac{1}{4}(x - c)^2 \forall x$ eine Lösung?

Aufgabe H2

Lösen Sie die Differenzialgleichung

$$y' = y + x \cdot \cos(2x).$$

Hinweis: Verwenden Sie für die Berechnung einer speziellen Lösung den Ansatz

$$y_P(x) = (\alpha_0 - \alpha_1 \cdot x) \cos(2x) + (\beta_0 - \beta_1 \cdot x) \sin(2x).$$

Probe: $y_P(\frac{\pi}{8}) = 0.2535\dots$

Aufgabe H3

Wandeln sie das folgende Differenzialgleichungssystem, falls möglich, in ein autonomes System erster Ordnung um.

$$y_1'' = y_2 - y_1' + x^2 \tag{1}$$

$$y_2' = 2y_2 \tag{2}$$

Aufgabe H4

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y' = \frac{(y+x)}{2}$$

- (a) Berechnen Sie die Isoklinen, das sind die Kurven mit der Eigenschaft

$$y' = \text{konstant.}$$

- (b) Skizzieren Sie das Richtungsfeld. Tragen Sie hierbei die Linienelemente in den Punkten (x, y) mit $x \in \{-3, -2, \dots, 3\}$ sowie $y \in \{-6, -5, \dots, 0\}$ ein. Zeichnen Sie einige Isoklinen und mehrere Lösungskurven ein.
- (c) Stellen Sie mit Hilfe der Skizze eine Vermutung bzgl. der Lösung der Differentialgleichung auf, welche die Anfangsbedingung $y(0) = -2$ erfüllt, und machen Sie die Probe.

Anmerkung: Bei dieser Differentialgleichung ist eine der Isoklinen eine Lösungskurve. Das muss im Allgemeinen nicht so sein.

Abgabe: **30.10.2009** in der jeweiligen Gruppenübung