



## 2. Übungsblatt zur „Analysis II“

### Gruppenübung

#### Aufgabe G1

Wir betrachten zwei Funktionen  $F, G : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , die durch

$$F(x) = -\arctan(x), \quad G(x) = \arctan\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$$

definiert sind.

- Zeigen Sie, dass  $F$  und  $G$  Stammfunktionen derselben Funktion  $f$  sind und bestimmen Sie  $f$ .
- Welche Form haben alle Stammfunktionen von  $f$ ?
- Bestimmen Sie eine Konstante  $c \in \mathbb{R}$ , so dass für alle  $x \in (-1, \infty)$  die Gleichung  $G(x) = F(x) + c$  gilt.

#### Aufgabe G2

Bestimmen Sie die folgenden Integrale:

a)  $\int_0^1 \frac{6x^2 + 4}{x^3 + 2x + 1} dx,$

d)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}},$

b)  $\int_0^\pi e^{\sin x} \cos x dx,$

e)  $\int x^2 \sin(x) dx,$

c)  $\int_{-1}^1 \cos^2(x) dx,$

f)  $\int x e^x dx.$

#### Aufgabe G3

Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegungen folgender Funktionen.

a)  $f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + x - 6},$

b)  $g(x) = \frac{x}{(x+1)^3}.$

# Hausübung

Die Hausaufgaben H1, H2b) und H2c) sind als Präsentationsaufgaben geeignet!

## Aufgabe H1

(6 Punkte)

Berechnen Sie die Integrale

$$I_1 := \int \sqrt{x^2 + 1} \, dx \quad \text{und} \quad I_2 := \int \frac{x^2 \, dx}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$

HINWEIS: Leiten Sie 2 Beziehungen zwischen  $I_1$  und  $I_2$  her, indem Sie

- den Integranden von  $I_1$  mit  $\sqrt{x^2 + 1}$  erweitern und dann bei der Integration Aufgabe G2 nutzen.
- $I_1$  zusätzlich partiell integrieren.

## Aufgabe H2

(7 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Integrale.

- $\int \log_p(x) \, dx$  für  $p > 1$ .
- $\int \frac{x}{\cos^2(x)} \, dx$ ,
- $\int \frac{2 + \sin(x)}{\sin(x)(1 + \cos(x))} \, dx$ .

HINWEIS: Nutzen Sie die Substitution  $t = \tan(\frac{x}{2})$ .

## Aufgabe H3

(7 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Integrale mittels Partialbruchzerlegung.

- $\int \frac{x^6 + x^4 + x}{x^4 - 1} \, dx$ ,
- $\int \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1} \, dx$ .