Fachbereich Mathematik
JProf. Dr. Christian Meyer
Lucia Panizzi

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 2009/2010
03.02.2010

11. Übungsblatt zur „Nichtlinearen Optimierung“

Hausübung

Aufgabe H1 (Differenzierbarkeit der quadratischen Straffunktion)

Sei $c : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ stetig differenzierbar. Zeigen, sie dass die Funktion

$$\|(c(x))_+\|^2 = \sum_{i=m}^{m} (c_i(x))_+^2 = \sum_{i=1}^{m} (\max\{0, c_i(x)\})^2$$

stetig differenzierbar ist.

Aufgabe H2 (Gestörte KKT-Bedingungen und stationäre Punkte der Log-Barrierefunktion)

Betrachten Sie die KKT-Bedingungen des Optimierungsproblems

$$\text{(NLPU)} \quad \min f(x) \quad \text{u.d.N. } c_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots m.$$

Diese Bedingungen kann man mit einem Parameter $\tau > 0$ stören, indem statt der Zulässigkeits- und Komplementaritätsbedingung folgendes fordert:

$$-c_i(x) > 0, \lambda_i > 0, -c_i(x)\lambda_i = \tau \quad (i = 1, \dots m).$$

Wie hängen die gestörten KKT-Bedingungen mit der Stationaritätsbedingung für die logarithmische Barriere-Funktion

$$B_\tau(x) = f(x) - \tau \sum_{i=1}^{m} \ln(-c_i(x))$$

zusammen?
Hinweis: Verwenden Sie, dass mit der obigen Bedingung $\lambda_i = -\tau / c_i(x)$ gilt.

Aufgabe H3 (Exakte Penalty-Funktionen)

Betrachte das Optimierungsproblem

$$\min x^2 \quad \text{u.d.N.} \quad x - 1 = 0,$$

mit der Lösung $x^* = 1$.

(a) Bestimmen Sie $\bar{\rho} > 0$, so dass die zugehörige l_1- Penalty-Funktion $P_{l_1,\rho}(x)$ für alle $\rho \geq \bar{\rho}$ exakt in x^* ist.

(b) Zeigen Sie, dass die quadratische Penalty-Funktion $P_\rho(x)$ für $\rho = \bar{\rho}$, mit dem in (a) bestimmten $\bar{\rho}$, in x^* nicht exakt ist.

Abgabe der Hausübungen: **Am 10. bzw. 12.02.2010 in der Rechnerübung.**