Fachbereich Mathematik
JProf. Dr. Christian Meyer
Lucia Panizzi

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 2009/2010
25.11.2009

5. Übungsblatt zur „Nichtlinearen Optimierung“

Hausübung

Aufgabe H1 (Vereinfachtes Newton-Verfahren - Teil I)

Beim vereinfachten Newtonverfahren verwendet man in jedem Schritt die Jacobi-Matrix des Startwerts, wodurch sich folgende Iterationsvorschrift ergibt:

$$x_{k+1} = x_k - F'(x_0)^{-1} F(x_k), \quad k = 0, 1, ...$$

Beweisen die folgende Behauptung:
Die Abbildung $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ sei stetig differenzierbar und besitze eine Nullstelle in $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$. Ferner sei $F'(\bar{x})$ nichtsingulär.

Dann gibt es ein $\delta > 0$, so dass das vereinfachten Newtonverfahren für jeden Startwert $x_0 \in B_\delta(\bar{x})$ eine Folge $\{x_k\}$ definiert, die linear gegen $\bar{x}$ konvergiert.

(Hinweis: Benutzen Sie Lemma 2.7.2 und gehen Sie analog zum Beweis von Satz 2.7.3 im Skript vor.)

Aufgabe H2 (Vereinfachtes Newton-Verfahren - Teil II)

Gegeben sei die Funktion $F(x) = x^2 + x$, $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Wir betrachten das vereinfachte Newton-Verfahren

$$x_{k+1} = x_k - F'(x_0)^{-1} F(x_k)$$

zur Bestimmung einer Nullstelle für den Startwert $x_0 = 1$. Zeigen Sie, dass die durch das Verfahren erzeugte Folge (x_k) linear gegen die Nullstelle $\bar{x} = 0$ konvergiert.

Abgabe der Hausaufgaben: Am 2 bzw. 5.12.2009 in der Übung.