TU Darmstadt
Fachbereich Mathematik
Klaus Ritter

WS 2009/10
26.10.09

Aufgaben zur Vorlesung
„Numerik stochastischer Prozesse“

7. Seien $K_i : I \times I \to \mathbb{R}$ nichtnegativ definit für $i = 1, 2$.

a) Zeigen Sie, daß $K := K_1 + K_2$ nichtnegativ definit ist.

b) Zeigen Sie

$$H(K) = H(K_1) + H(K_2)$$

und

$$\|h\|_K^2 = \min\{\|h_1\|_{K_1}^2 + \|h_2\|_{K_2}^2 : h = h_1 + h_2,\ h_i \in H(K_i)\}$$

für alle $h \in H(K)$.

8. Sei X eine Brownsche Bewegung und

$$Y_t = \int_0^t X_s \, ds, \qquad t \in [0, 1].$$

a) Bestimmen Sie den Kovarianzkern L des zentrierten Gauß-Prozesses Y.

b) Gelte $0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_n \leq 1$. Charakterisieren Sie die Funktionen aus

$$\operatorname{span}\{L(\cdot, t_1), \ldots, L(\cdot, t_n)\}.$$

c) Ist Y ein Markov-Prozeß bzgl. seiner kanonischen Filtration?