

**7. Aufgabenblatt zur Vorlesung  
„Stochastische partielle Differentialgleichungen“**

1. Stellen Sie das stochastische Integral  $\int_0^t \Phi(s) dW(s)$  eines Prozesses  $\Phi \in \mathcal{N}_W^2$  mit Hilfe stochastischer Integrale geeigneter reellwertiger Prozesse bezüglich geeigneter skalarer Brownscher Bewegungen dar. Reformulieren Sie in diesem Kontext die Ito-Isometrie.

2. Untersuchen Sie die starke Stetigkeit der Translationshalbgruppe auf den Räumen

- $p$ -fach integrierbarer Funktionen
- stetiger beschränkter Funktionen
- gleichmäßig stetiger beschränkter Funktionen

auf  $[0, \infty[$ .

3. Sei  $A$  der Generator einer stark stetigen Halbgruppe  $(T(t))_{t \geq 0}$ . Zeigen Sie

$$\frac{d}{dt}T(t)x = T(t)Ax = AT(t)x$$

und

$$T(t)x - x = A \int_0^t T(s)x ds = \int_0^t T(s)Ax ds$$

für  $x \in D(A)$ .