Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. R. Farwig
Dr. B. Debrabant
F. Riechwald
R. Schulz

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

15.10.2008

Analysis 1 für M, LaG M, Tutorium 1

T 1 Mengen

a) Welche der folgenden Gleichungen gelten für beliebige Mengen A, B, C? Begründe Deine Antwort.

$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$
$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup B$
$(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap B$

b) Es sei X eine Menge und $(A_i)_{i \in I}$ eine Familie von Mengen. Beweise, dass

$$X \setminus (\bigcap_{i \in I} A_i) = \bigcup_{i \in I} (X \setminus A_i).$$

Bemerkung: Ist jedes A_i Teilmenge von X, so folgt insbesondere die de Morgansche Identität $(\bigcap_{i \in I} A_i)' = \bigcup_{i \in I} (A_i)'$.

c) Gibt es Mengen A, B, C, welche gleichzeitig die Eigenschaften $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$ und $(A \cap B) \setminus C = \emptyset$ besitzen?

T 2 Aussagen, Verknüpfung und Negation

a) Seien A, B, C Aussagen. Mit $\overline{A}$ bezeichnet man die Negation der Aussage A. Beweise die Richtigkeit folgender Aussagen anhand von Wahrheitstafeln:

$A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
$\overline{A \wedge B} \Leftrightarrow (\overline{A} \vee \overline{B})$
$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\overline{B} \Rightarrow \overline{A})$

b) Formuliere die folgenden Aussagen in Worten und ersetze falsche Aussagen durch ihre Negation. Dabei seien $x, y, z \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

$\forall\, x\ \exists\, y : x = y + y$
$\exists\, x\ \exists\, y :\ (x \neq y) \wedge (x^y = y^x)$
$\exists\, x\ \forall\, y\ \exists\, z : (y > x) \Rightarrow (y = xz)$

T 3 Äquivalenzrelationen

Wir nennen zwei natürliche Zahlen a und b äquivalent, wenn Zahlen $p, q \in \mathbb{N}$ existieren, so dass $a^p = b^q$ gilt.

Beweise, dass dies eine Äquivalenzrelation ist. Kannst Du die Äquivalenzklassen dieser Relation angeben?